1 Nástroje používané v mikroekonomii

1.1 Předmět zkoumání

Ekonomie se podle tradiční definice **zabývá zkoumáním alokace vzácných zdrojů mezi různá alternativní užití tak, aby byly uspokojeny lidské potřeby.** Všechny lidské potřeby však nemohou být uspokojeny vzhledem k tomu, že zdroje sloužící k jejich uspokojení nejsou dostatečné. Hovoříme proto o jejich nedostatku či vzácnosti. A s vzácností jakéhokoliv zdroje bezprostředně souvisí nutnost rozhodování: protože den má jen 24 hodin, musím se rozhodnout, zda budu studovat nebo půjdu do kina; pokud mám omezené finanční prostředky, musím volit mezi možnostmi koupit si studijní literaturu nebo lístky do kina.

Člověk však může narazit na řadu jiných omezení: např. v létě 1992 jste si mohli v jedné poměrně luxusní restauraci v centru Prahy vybrat za jednotnou cenu 45 Kč jakýkoliv z nabízených salátů, nebo si dokonce vzít od každého trochu. Základním omezením však byla velikost talířku, jehož průměr byl velmi malý; přidávat si nebylo povoleno a výška porce na talíři byla omezena šikovností jedlíka, fyzikálními zákony apod.

Jak je vidět, s rozhodováním, které je na místě, kdykoliv se objeví omezenost, resp. vzácnost zdrojů, se v běžném životě setkáváme daleko častěji, než si uvědomujeme.

V této souvislosti se nelze nezmínit o Dr.h.c. Vysoké školy ekonomické v Praze, nositeli Nobelovy ceny za ekonomii z roku 1992, americkém ekonomovi ***Gary S. Beckerovi****. Ten rozšířil oblast zkoumání mikroekonomie o analýzu mimotržních situací a subjektů. Aplikoval mikroekonomický přístup např. na rasovou diskriminaci, na výchovu a vzdělání, na rodinu a vztahy uvnitř ní, na populační vývoj, kriminalitu apod. Více informací naleznete v časopise Politická ekonomie, 1992, č. 3, str. 278-280.*

Mikroekonomie zkoumá především rozhodování jednotlivých tržních subjektů, kterými jsou jednotlivci, firmy a stát.

Jednotlivci rozhodují především o tom, kdy, kde, kolik a co si koupí. Jejich rozhodování je determinováno jejich cíli v podobě chutí, přání nebo preferencí. Problém formování těchto determinant ekonomie nezkoumá; bere je jako dané a stabilní. Podíváme-li se však na vývoj lidské společnosti, je evidentní, že právě rozvoj potřeb a cílů člověka byl významným faktorem rozvoje společnosti a uvedený předpoklad stability potřeb a cílů je velmi zjednodušující. Tím, že jednotlivci rozhodují o konkrétním množství konkrétního statku, rozhodují současně o objemu a struktuře výstupu a společnosti.

*Poznámka: Vzhledem k dosavadní terminologické nejednotnosti nahrazujeme v dalším textu originální anglický termín „*output*" jeho českým ekvivalentem „výstup", někdy „produkce".*

Někteří autoři preferují používání pojmu „domácnost". Zde jednotlivce chápeme jako subjekt rozhodující o sobě, své rodině nebo domácnosti.

Firmy rozhodují o tom, co budou vyrábět, v jakém množství, jakou stanoví cenu, jakou použijí technologii, jak upozorní spotřebitele na přítomnost jimi vyráběného statku na trhu apod. Rozhodování firmy mikroekonomie zpravidla zužuje na dva základní problémy: na volbu výstupu a volbu ceny. (Výstup, jehož realizací firma maximalizuje zisk, označujeme nejpřesněji jako optimální výstup, velmi časté je však i používání definičně méně přesného pojmu rovnovážný výstup.) Existence firmy je spojena s tzv. **transakčními náklady**, tj. s náklady na vyjednávání o použití, resp. koupi či nájmu služeb výrobních faktorů s jejich majiteli.

Za analýzu a objasnění významu transakčních nákladů pro institucionální strukturu a fungování ekonomiky získal v roce 1991 ***Ronald Coase****, profesor ekonomie na Chicagské univerzitě, Nobelovu cenu za ekonomii. Jeho základní práce byla napsána již v roce 1937, ale ekonomové se k ní vrátili až v 70. a 80. letech. Na rozdíl od neoklasické teorie, která brala v úvahu především výrobní náklady, uvažoval R. Coase i o nákladech na fungování trhu jako takového, jež nazval náklady transakčními. Pokud jsou transakční náklady trhu vyšší než transakční náklady firmy, je ekonomicky výhodné, aby byla výroba organizována právě prostřednictvím firem. Blíže viz časopis Politická ekonomie, 1992, č. 1, str. 131-132.*

Poznámka: Pojem „výrobní faktor“ je v dalším textu zpravidla nahrazován pojmem „vstup“, resp. „zdroj“. Dalším často používaným ekvivalentem je jeho anglická verze „input“.

Stát vytváří právní normy, v jejichž rámci probíhá ekonomická činnost. Uvnitř ekonomického systému může být stát rovněž reprezentován státními firmami.

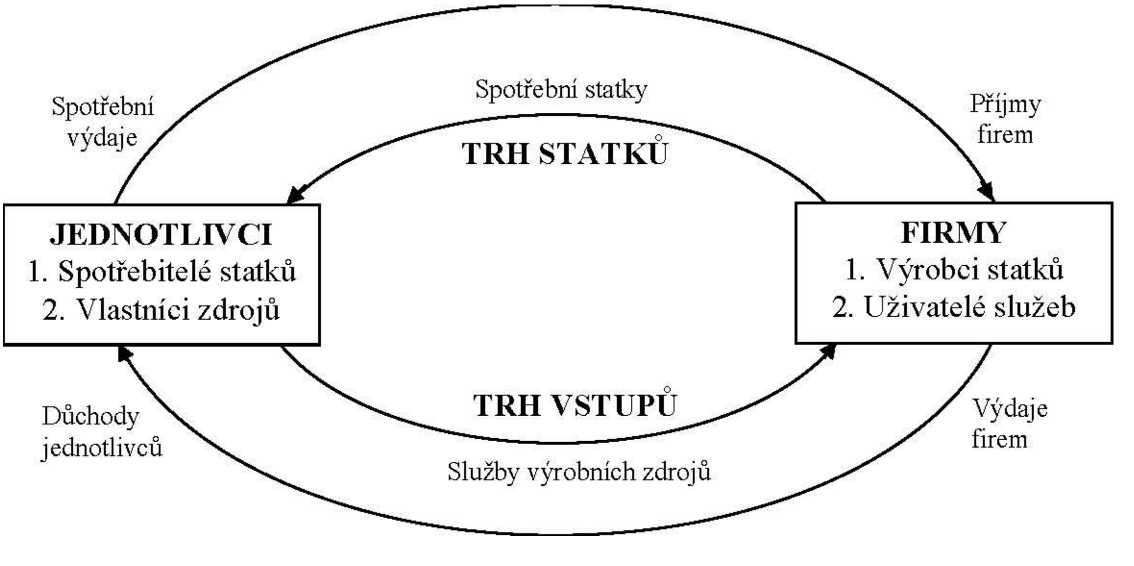
Z mnoha činností, které uskutečňují ekonomické subjekty v rámci ekonomického systému, můžeme za základní považovat spotřebu, výrobu a směnu.

Spotřeba je impulsem pro existenci a rozvoj výroby. Spotřebitel na základě svých chutí, potřeb a preferencí rozhoduje o nákupu konkrétních statků (výrobků a služeb) a vynakládá na ně svůj důchod.

Výroby je charakterizována jako přeměna zdrojů ve statky neboli přeměna vstupů ve výstup. Můžeme ji tedy obecně vymezit jako přeměnu fyzické formy (např. přeměnu mouky, vajec, droždí, mléka a lidské práce v rohlíky). Za produktivní činnost je však považována i přeměna v prostoru (přeprava banánů ze Střední Ameriky do Evropy) nebo v čase (uskladnění jablek a jejich prodej až po Vánocích). Výrobou se zabývají zejména jednotlivci a firmy.

Směna představuje výměnu jedněch statků za druhé (obilí za ropu nebo chleba za peníze), kterou uskutečňují subjekty dobrovolně prostřednictvím trhu. Na rozdíl od výroby však směna nemění množství výrobků a služeb; ale mění pouze jejich místo.

Grafickým znázorněním základních rozhodovacích jednotek a základních činností probíhajících v ekonomickém systému je známé schéma oběhu:



Obrázek 1–1 Obecné schéma oběhu

Má-li ekonomický systém dobře fungovat, měl by plnit následující funkce:

1. alokovat zdroje mezi alternativní užití,
2. kombinovat tyto zdroje za účelem výroby statků,
3. rozdělovat vyrobené statky,
4. vytvářet impulsy pro rozvoj jednotlivce a celé společnosti.

Realizace většiny uvedených funkcí probíhá prostřednictvím cenového systému. Není-li např. na trhu dostatek černého chleba a jsou-li spotřebitelé ochotni za něj zaplatit vyšší cenu, soustředí pekárna více svých výrobních kapacit právě na výrobu černého chleba. Rozdělování statků je určováno cenovým systémem zejména v podobě cen zdrojů (výrobních faktorů). Čím vzácnější bude zdroj, který jednotlivec vlastní (např. byt po babičce v centru Prahy), tím vyšší bude jeho cena, tím vyšší bude také důchod tohoto jednotlivce a tím větší množství statků si bude tento člověk moci koupit. Teorie cen je nosným základem mikroekonomie, proto i sama mikroekonomie bývá někdy nazývána teorií cen.

Cenový systém je sice hlavním, nikoli však jediným prostředkem realizace funkcí ekonomického systému. Jsou oblasti, kde trh sám o sobě nestačí efektivně alokovat zdroje – potom dochází k aktivaci zejména státu. Tak je tomu např. u nežádoucí spotřeby (drogy), v případě strategických oblastí (zemědělství, obrana, atomová energie) nebo veřejných statků, externalit atd.

Mikroekonomii nelze oddělovat od makroekonomie. Tyto dvě části ekonomie spolu úzce souvisejí a navzájem se prolínají. Tím, že mikroekonomie zkoumá např. jednotlivé tržní struktury a jejich efektivnost, může přispět k řešení makroekonomického problému struktury ekonomiky.

1.2 Základní metody a nástroje mikroekonomické analýzy

Jestliže v zájmu lepšího pochopení použijeme velmi hrubé zjednodušení, můžeme říci, že zkoumání mikroekonomie se zaměřuje zejména na

a) zjišťování optima
b) hledání rovnováhy.

Problémy spojené se zjišťováním optima jsou rozhodovacími problémy jednotlivých tržních subjektů. Řešíme-li optimalizační problém v ekonomii, hledáme např. odpověď na otázku, jaké množství statků má daný jednotlivec spotřebovávat, aby dosáhl maxima užitku. Nebo jaký objem produkce má firma prodávat, aby za daných tržních okolností maximalizovala svůj celkový příjem. Stejně tak je v zájmu firmy zjistit, při jaké kombinaci používaných zdrojů bude minimalizovat náklady na výrobu daného objemu produkce. Při řešení optimalizačních problémů jde tedy o zjištění hodnot nezávisle proměnné (proměnných), při nichž daný tržní subjekt maximalizuje či minimalizuje svoji cílovou funkci. Matematicky jde o problém lokálního extrému.

Problémy rovnováhy jsou spojeny se vzájemným působením alespoň dvou tržních subjektů. Příkladem může být otázka, jak ovlivní dlouhá a tuhá zima, trvající až do konce dubna 1996, objem zemědělské produkce, a tím i ceny potravin. Nebo jak bude trh s byty reagovat na zrušení regulace nájemného. Rovnovážným problémem by bylo např. i zjišťování důsledků činnosti odborových svazů na mzdové sazby.

Většina dále zmiňovaných nástrojů ekonomické analýzy jsou nástroje používané při řešení optimalizačních problémů. O nástrojích používaných při řešení problémů pojednáme na konci kapitoly.

Modely

Ve snaze analyzovat ekonomickou realitu, v níž žijeme, narážejí ekonomové na problém její komplexnosti a komplikovanosti.

Každý den vyrábějí tisíce firem na celém světě miliony výrobků. Tyto firmy se mohou navzájem odlišovat svou velikostí, druhem vyráběné produkce, ekonomickou silou, úrovní pracovníků, efektivností ve výrobě, technologickou vybaveností, vlastnickou strukturou atd. Stejně tak si každý den tyto výrobky kupují miliony lidí lišících se barvou pleti, charakterem svého zaměstnání, výší příjmu, chutěmi, preferencemi apod.

Ekonomická analýza není schopna postihnout současně hustou síť vztahů mezi všemi prvky ekonomického systému tak, jak reálně existuje. Uchyluje se proto k určitému zjednodušení spočívajícímu v abstrakci od komplexnosti ekonomiky. Výsledkem tohoto soustředění se na podstatu každé ekonomické činnosti jsou ekonomické modely.

Ekonomické modely znázorňují vztahy mezi vybranými proměnnými. Mohou být formulovány verbálně, graficky nebo algebraicky. Tím, že zjednodušují ekonomickou realitu a zachycují vztahy pouze mezi zvolenými proměnnými, umožňují porozumět základním ekonomickým jevům a vztahům mezi nimi. Modely používané v mikroekonomii umožňují lépe pochopit procesy rozhodování firem, jednotlivců a jejich vzájemnou propojenost.

Při práci s ekonomickými modely je však zapotřebí si uvědomit jejich omezení: jestliže je na jedné straně zjednodušení ekonomické reality nezbytné k jejich konstrukci, na druhé straně to znamená, že takový model nemůže zachycovat ekonomický systém ve všech detailech a v celé jeho komplexnosti.

Konstrukci ekonomických modelů předchází přijetí zjednodušujících **předpokladů**. Ty umožňují u zkoumaného problému sousedit pozornost na klíčové aspekty, resp. definují charakteristické rysy chování zkoumaných ekonomických jednotek. Takovým zjednodušujícím předpokladem je např. předpoklad, že spotřebitel vynakládá veškerý svůj důchod na nákup pouze dvou statků a vůbec nespoří, nebo že jediným cílem firmy je maximalizovat zisk. Často se objevuje kritický názor, že předpoklady zkoumání jsou natolik vzdálené realitě, že modely a z nich vyvozené závěry vlastně nemají žádný smysl. Zjednodušující předpoklady však nemusí být věrnou kopií praxe; je postačující, aby vyjadřovaly podstatné rysy ekonomické reality.

Například na vědeckých závěrech astronomie nemění nic fakt, že astronomové si v některých případech představují hvězdy jako body-důležité je, že toto zjednodušení umožňuje např. určit dráhu jejich pohybu.

Většina ekonomických modelů je charakteristická třemi společnými rysy:

1. Předpokladem **ceteris paribus**, tj. „za jinak stejných okolností“.

Například při konstrukci křivky poptávky po osobních automobilech určité značky je brán v úvahu pouze vztah mezi poptávaným množstvím a cenou auta. Důchody spotřebitelů a další faktory jako např. cena benzínu, ceny konkurenčních automobilů, ceny konkurenčních druhů dopravy, vliv reklamy, preference spotřebitelů apod. se považují v daném okamžiku za neměnné.

2. Předpokladem **optimalizace** (o které jsme se již zmínili), jenž vychází z představy, že se všichni ekonomičtí aktéři chovají racionálně.

Racionalista chování může být posuzována z dvojího hlediska: jednak z hlediska použité metody (tržní subjekt se nerozhoduje na základě impulsu či náhlé pohnutky, ale na základě svých úvah a analýz), jednak z hlediska dosaženého výsledku (racionální je např. takové rozhodnutí státu, které vede k vytčenému cíli v podobě veřejného blahobytu).

3. Tím, zda vyjadřují **pozitivní** nebo **normativní přístup**. Zjednodušeně řečeno, pozitivní ekonomie zkoumá, jak jsou zdroje v ekonomice skutečně rozmístěny, zatímco normativní ekonomie se zabývá tím, jak by rozmístěny být měly.

Příkladem pozitivního přístupu je zkoumání toho, jak se v důsledku určité stanovené hodnoty jednoho bodu lékařského výkonu budou chovat zdravotní pojišťovna a lékaři. Normativní přístup by se v uvedené souvislosti soustředil na zkoumání, jakou hodnotu by měl mít jeden bod lékařského výkonu, zda by nebylo lepší nahradit bodový systém peněžním oceněním lékařských výkonů apod.

1.3 Hledání optima

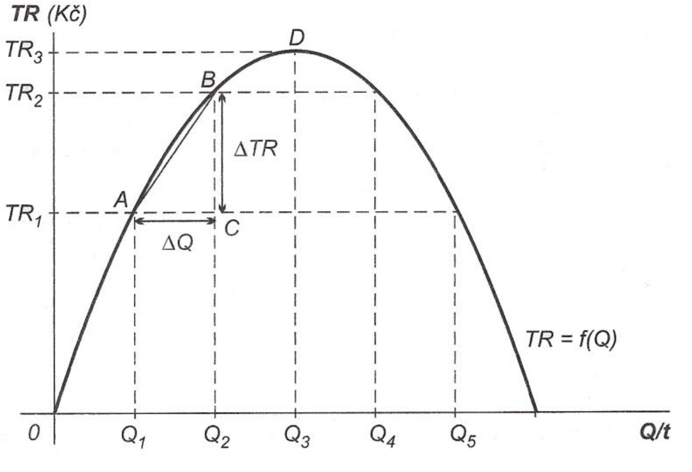
Jak jsme se již zmínili, jde při řešení optimalizačních problémů o zjištění hodnot nezávisle proměnné (proměnných), při nichž daný tržní subjekt maximalizuje či minimalizuje svoji cílovou funkci.

Maximalizace funkce s jednou proměnnou

Představme si firmu, kterou nazveme abstraktně ABC, jejíž manažeři budou mít jediný cíl: maximalizovat její celkový příjem (obrat). Současně přijmeme zjednodušení, že velikost dosaženého celkového příjmu bude záviset pouze na objemu prodaného množství. Pokud označíme celkový příjem jak TR (Total Revenue) a prodané množství jako Q (Quantity), můžeme výše verbálně popsanou závislost celkového příjmu na realizovaném množství vyjádřit matematicky jako

$$TR = f(Q) \tag{1.1}$$

Jak manažeři zjistí objem prodaného množství, který firmě přinese maximální celkový příjem? Kdyby měli k dispozici obrázek 1-2, bylo by jejich rozhodování jednoduché.



Obrázek 1–2 Celkový příjem firmy ABC

Firma by prodávala právě Q_3 svých výrobků, neboť při tomto objemu by realizovala nejvyšší celkový příjem TR_3.

Problém manažerů však spočívá v tom, že takovýto obrázek zpravidla při svém rozhodování k dispozici nemají. Jinou možností je cesta postupných pokusů: nejprve prodat množství Q_1 a zjisti TR_1, potom prodat Q_2 a porovnat, zda je celkový příjem TR_2 větší nebo menší než celkový příjem TR_1. Pokud zjistí, že je poměr

$$\frac{TR_2 - TR_1}{Q_2 - Q_1} > 0 \quad \text{neboli} \quad \frac{\Delta TR}{\Delta Q} > 0 \tag{1.2}$$

budou prodávané množství zvyšovat, protože s růstem prodané produkce bude růst i celkový příjem. Pokud však bude platit, že

$$\frac{TR_2 - TR_1}{Q_2 - Q_1} < 0 \quad \text{neboli} \quad \frac{\Delta TR}{\Delta Q} < 0 \tag{1.3}$$

bylo by zvyšování objemu prodávaného množství spojeno s poklesem celkového příjmu.

Pro obrázek 1-2 platí vztah (1.2) při prodeji výstupu menšího než Q_3 a vztah (1.3) při prodeji většího než Q_3.

Poznámka: Výraz ΔTR/ΔQ vyjadřuje změnu celkového příjmu způsobenou jednotkovou změnou objemu prodaného množství neboli mezní příjem MR (Marginal Revenue). Jak je zřejmé z pohledu na obrázku 1-2, při zjišťování takto formulovaného mezního příjmu při změně prodávaného množství z Q_1 na Q_2 budeme počítat směrnici přepony pravoúhlého trojúhelníku ABC, která je tětivou oblouku odpovídající části funkce celkového příjmu. Takový způsob určení hodnoty mezní veličiny jako průměrné tendence v části křivky celkové funkce vymezené dvěma hodnotami nezávisle proměnné vede k méně přesným výsledkům.

Při precizním rozhodování by měli manažeři vědět, jak se změní celkový příjem firmy, změní-li se objem prodaného množství tak nepatrně, že se jeho změna (ΔQ) blíží nule. Matematicky řečeno:

$$lim_{\Delta Q \to 0} \frac{\Delta TR}{\Delta Q} = \frac{dTR}{dQ} = \frac{df}{dQ} = f'(Q) \tag{1.4}$$

při prodaných množstvích příjem s růstem realizované produkce zvyšovat, takže bude platit

$$dTR \ / \ dQ > 0$$

Při prodaném množství větším než Q_3 bude firma s rostoucím výstupem realizovat klesající celkový příjem neboli

$$dTR \ / \ dQ < 0$$

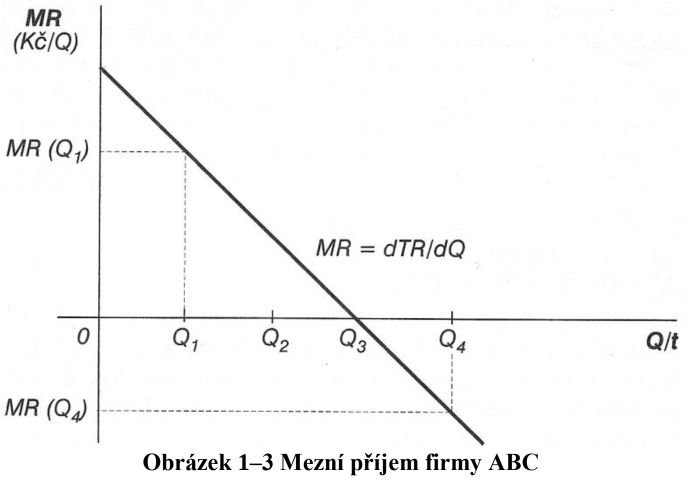
Poznámka: Výraz dTR/dQ je výrazem pro mezní příjem MR. Protože je založen na předpokladu velmi malých změn prodaného množství Q, umožňuje zjistit hodnotu mezního příjmu v jakémkoliv bodě funkce celkového příjmu. Z geometrického hlediska jde o směrnici tečny funkce TR = f(Q). Použití diferenciálního počtu při zjišťování hodnoty mezní veličiny vede k přesnějším výsledkům a je při teoretické analýze jednoznačně preferováno.

Celkový příjem bude maximální právě při prodeji Q_3 jednotek výstupu. Jaká je hodnota směrnice funkce celkového příjmu neboli mezního příjmu v bodě D? V něm celkový příjem ani neroste, ani neklesá, neboli musí platit

$$dTR \ / \ dQ = 0 \tag{1.5}$$

tj. směrnice funkce *TR* = *f(Q)* je rovna nule. Pokud by byli manažeři firmy ABC na základě reálných údajů schopni odhadnout funkci *f(Q)*, mohli by výše popsaným postupem najít výstup, jehož prodejem by maximalizovali dosažený celkový příjem.

Poznámka: Mezní příjem jako dTR/dQ je tedy při realizaci maximálního celkového příjmu nulový, jak ukazuje obrázek 1-3:



Obrázek 1–3 Mezní příjem firmy ABC

Pokud zobecníme náš dosavadní postup při hledání maxima, můžeme formulovat **nutnou podmínku maximalizace celkové funkce s jednou proměnnou: funkce je maximální v bodě, kde je nulová první derivace** (pokud takový bod existuje).

Funkce graficky zachycená na obrázku 1-2 může být vyjádřena takto:

$$TR = 12Q - 2Q^2$$

Nutnou podmínkou maximalizace celkového příjmu je nulová směrnice funkce TR neboli nulový mezní příjem. Vyjádříme tedy mezní příjem jako první derivaci funkce celkového příjmu podle množství a položíme rovno nule:

$$MR = dTR/dQ$$
$$MR = 12 - 4Q = 0$$
$$Q = 3$$

Firma ABC by maximalizovala svůj celkový příjem daný vztahem $TR = 12Q - 2Q^2$ prodejem 3 jednotek produkce.

Splnění této nutné podmínky (tzv. prvního řádu) však samo o sobě ještě nezaručuje, že celkový příjem musí být maximální. Pouze zajišťuje, že funkce celkového příjmu ani nerose, ani neklesá, může být ve svém lokálním extrému. Lokálním extrémem je však nejen maximum, ale i minimum. Kdyby tedy manažeři vycházeli při určení výstupu maximalizujícího celkový příjem pouze z nutné podmínky, mohli by určit objem prodejů vedoucí k minimálnímu celkovému příjmu.

Nutná podmínka maximalizace celkového příjmu *dTR/dQ = 0* musí být proto doplněna postačující podmínkou (tzv. druhého řádu). Vysvětleme si ji opět na obrázku 1-2. Pro bod maxima celkového příjmu platí, že je umístěn výše než všechny okolní body této funkce, tj. křivka celkového příjmu je konkávní směrem dolů. Aby byl celkový příjem maximalizován prodejem právě Q_3 jednotek produkce, musí prodej jen o málo menšího nebo jen o málo většího množství, než je Q_3, přinášet menší celkový příjem. Matematicky řečeno:

$$pro\ Q < Q_3\ musí\ být\ dTR/dQ > 0\ a$$
$$pro\ Q > Q_3\ musí\ být\ dTR/dQ < 0,$$

což potvrzuje pohled zpět na obrázek 1-3. Z toho potom plyne, že při prodeji Q_3 jednotek produkce musí být funkce *dTR/dQ* klesající. Jinými slovy, směrnice (derivace) funkce *dTR/dQ* musí být záporná. Pokud derivujeme to, co již jednou bylo derivováno, hovoříme o druhé derivaci. Formálně ji vyjadřujeme takto:

$$\frac{d^2TR}{dQ^2} = \frac{d^2f}{dQ^2} = f''(Q)$$

Postačující podmínkou pro maximum funkce celkových příjmů v bodě D na obrázku 1-2, tj. při prodeji Q_3 jednotek produkce, je záporná směrnice funkce *dTR/dQ* neboli mezního příjmu:

$$\frac{d^2TR}{dQ^2} < 0 \tag{1.6}$$

Shrňme a zobecněme nyní naše dosavadní závěry:

1. Má-li být námi zkoumaná celková funkce ve svém maximu nebo minimu, musí být splněna **nutná podmínka**, ***kterou je nulová hodnota první derivace této celkové funkce podle nezávisle proměnné.***
2. Současně musí být splněna **postačující podmínka**, ***kterou je***
   - ***v případě maxima celkové funkce záporná hodnota její druhé derivace;***
   - ***v případě minima celkové funkce kladná hodnota její druhé derivace.***

Podívejme se, zda je v našem ilustračním příkladě splněna i podmínka druhého řádu pro maximum. Předpokládali jsme, že funkce celkového příjmu bude mít tvar

$$TR = 12Q - 2Q^2$$

Podmínka prvého řádu byla:

$$dTR/dQ = 12 - 4Q = 0$$

Podmínka druhého řádu je:

$$d^2TR/dQ^2 = -4 < 0$$

Záporná hodnota druhé derivace funkce TR potvrzuje, že prodej 3 jednotek výstupu bude za uvedených podmínek maximalizovat celkový příjem firmy.

Poznámka: Existuje samozřejmě i možnost, že se druhá derivace rovná nule. Tímto případem se nebudeme zabývat.

Maximalizace funkce s více proměnnými

Dosud jsme vycházeli z toho, že jedna ekonomická veličina (např. celkový příjem) závisí pouze na jednom faktoru (např. na prodaném množství). Ve skutečnosti jsou však většinou ekonomické veličiny závislé na větším počtu faktorů a v takovém případě hovoříme

o funkci více proměnných. Například poptávané množství závisí na ceně daného statku, cenách substitučních nebo komplementárních statků, na preferencích a důchodu spotřebitele, reklamě atd. Jiným příkladem je závislost celkového objemu produkce firmy na množství práce, kapitálu a půdy, které firma najímá. Obecně můžeme takové závislosti označit vzorcem

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{1.7}$$

Při vysvětlení nutné podmínky maxima, resp. minima funkce (1.7) vyjdeme z analogie s předcházející funkcí jedné proměnné. Vztah (1.4) můžeme upravit do tvaru

$$dTR = f'(Q)\ .\ dQ, \tag{1.8}$$

který vyjadřuje skutečnost, že změna celkového příjmu se rovná součinu směrnice funkce celkového příjmu a velmi malé změny objemu prodaného množství. Zobecníme-li vztah (1.8), dostaneme

$$dy = f'(x)\ .\ dx. \tag{1.9}$$

Protože směrnice celkové funkce je v bodě jejího maxima, resp. minima nulová, můžeme nutnou podmínku formulovat jako

$$dy = 0, \tag{1.10}$$

tj. při velmi malých změnách proměnné x v blízkém okolí optimálního bodu se celková funkce nemění.

Nyní přejděme k funkci více proměnných. Začněme nejprve jednodušším případem, kdy budeme zjišťovat maximum funkce (1.7) za předpokladu, že se mění pouze jedna z proměnných-např. x_1-a ostatní proměnné zůstávají konstantní. V intencích rovnic (1.9) a (1.10) musí platit

$$dy = \frac{\delta y}{\delta x_1} \cdot dx_1 = 0 \tag{1.11}$$

První derivaci v rovnici (1.9) jsme ve vztahu (1.11) nahradili parciální derivací, která matematicky vyjadřuje, jak veličinu y ovlivní změna pouze jednoho faktoru, přičemž ostatní faktory považujeme v daném okamžiku za neměnné.

Budeme-li předpokládat, že se všechny proměnné ve funkci (1.7) mění, byť jen nepatrně, bude celková změny *y* (neboli, vyjádřeno matematicky, totální diferenciál označovaný jako *dy*) dána součtem efektů změny každé z proměnných:

$$dy = \frac{\delta y}{\delta x_1} \cdot dx_1 + \frac{\delta y}{\delta x_2} \cdot dx_2 + \cdots + \frac{\delta y}{\delta x_n} \cdot dx_n \tag{1.12}$$

Nutnou podmínkou maxima, resp. minima funkce $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ je nulová hodnota totálního diferenciálu:

$$dy = \frac{\delta y}{\delta x_1} \cdot dx_1 + \frac{\delta y}{\delta x_2} \cdot dx_2 + \cdots + \frac{\delta y}{\delta x_n} \cdot dx_n = 0 \tag{1.13}$$

Nutná podmínka (1.13) může být v daném bodě splněna, platí-li

$$\frac{\delta y}{\delta x_1} = \frac{\delta y}{\delta x_2} = \cdots = \frac{\delta y}{\delta x_n} = 0 \tag{1.14}$$

Pro ekonomickou analýzu je důležitá obecnější interpretace vztahu (1.14): maximum funkce více proměnný nastane, když závisle proměnná nereaguje svou změnou na sebemenší změny kterékoliv z nezávisle proměnných. Jinými slovy, určitá ekonomická činnost (charakterizovaná proměnnými y) by měla být směrována do bodu, v němž je její dodatečný příspěvek k dosažení stanoveného cíle (tj. y) roven nule. Neboli všechny parciální derivace se rovnají nule.

Postačující podmínka pro maximum, resp. minimum funkce více proměnných je analogická případu funkce o jedné proměnné. Kritériem je potom hodnota druhé parciální derivace.

Poznámka: Z hlediska matematického však jde o daleko složitější problém spojený s nezbytností dodržení určitých omezení těchto druhých parciálních derivací při jejich použití k určení maxima funkce. To však již přesahuje rámce naší učebnice, a proto budeme dále implicitně předpokládat, že námi uváděné funkce vyhovují daným omezením. Při zjišťování maximálních, resp. minimálních hodnot funkcí s více proměnnými budeme zpravidla vycházet pouze z dodržení nutných podmínek.

Představme si jednotlivce, který odvozuje užitek (y) sobotního večera stráveného u televize z počtu spořádaných sáčku chipsů (x_1) a slaných oříšků (x_2). Jeho funkce užitku nechť je dána vztahem

$y = 4x_1 - x_1^2 + 2x_2 - x_2^2 + 2$

Nutnými podmínkami jsou nulové hodnoty parciálních derivací podle jednotlivých proměnných:

$\delta y/\delta x_1 = 4 - 2x_1 = 0$, takže $x_1 = 2$

$\delta y/\delta x_2 = 2 - 2x_2 = 0$, takže $x_2 = 1$

Maximum užitku by náš jedinec získal za uvedených podmínek spotřebou dvou sáčků chipsů a jednoho sáčku slaných oříšků. Dosazením hodnot x_1 a x_2 do funkce užitku zjistíme maximální užitek, který dosahuje hodnoty 7.

Maximalizace funkce s omezením

Dosud jsme nepředpokládali, že by snaha tržního subjektu maximalizovat svou cílovou funkci byl něčím omezena, což zpravidla neodpovídá ekonomické realitě.

Podívejme se např. sami na sebe jako na spotřebitele: většina z nás by chtěla spotřebovávat velké množství nejrůznějších statků (chleba, máslo, ovoce, zeleninu, byt, chatu, horské kolo, motorku, auto, jachtu atd.), ale bohužel jsme většinou omezeni velikostí svého příjmu. Někdo může mít sice značné peněží prostředky, ale omezením pro něj může být počet a náročnost členů jeho rodiny.

Toto omezení je důležité v tom smyslu, že může snižovat maximální hodnotu funkce, o jejíž maximalizaci daný tržní subjekt usiluje. Jednou z metod řešení této tzv. vázané maximalizace je Lagrangeova metoda. Její podstata spočívá v tom, že omezení vyjádřené ve formě implicitní funkce (tj. funkce, v jejímž zápise nevystupuje žádná závisle proměnná) vytvoří spolu s cílovou funkcí novou rovnici, kterou označujeme jak lagrangián.

Uveďme příklad implicitní funkce. Předpokládejme funkci $y = 3x + 4z^2 - t^3$. Tuto funkci můžeme zapsat v implicitním tvaru jako $-3x - 4z^2 + t^3 = 0$, resp. jako $f(x, y, z, t) = 0$.

Představme si, že chceme zjistit, při jakých hodnotách $x_1, x_2, \ldots, x_n$ bude dosahovat funkce (1.7), tj.

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

svého maxima vzhledem k omezení

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \tag{1.15}$$

Lagrangián je potom

$$\mathcal{L} = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \lambda (x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{1.16}$$

Proměnná λ je označována jako Lagrangeův multiplikátor. Nutnými podmínkami maximalizace jsou nulové parciální derivace podle všech proměnných, včetně λ:

$$\begin{aligned}
&\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x_1} = \frac{\delta y}{\delta x_1} + \lambda \cdot g_1 = 0\\
&\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x_2} = \frac{\delta y}{\delta x_2} + \lambda \cdot g_2 = 0\\
&\vdots\\
&\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x_n} = \frac{\delta y}{\delta x_n} + \lambda \cdot g_n = 0\\
&\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda} = g \cdot (x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0
\end{aligned} \tag{1.17}$$

Vyřešením soustavy rovnic (1.17) získáme hodnoty $x_1, x_2, \ldots, x_n$, které maximalizují funkci (1.7) a současně vyhovují omezení (1.15).

Vraťme se v ilustračním příkladu k našemu jedinci trávícímu sobotní večery u televize. Víme, že jeho užitek (y) je spojen s konzumací co největšího množství chipsů (x_1) a slaných oříšků (x_2). Nyní předpokládejme, že tento jedinec trpí nadváhou a rozhodne se snížit svou spotřebu na jeden sáček za večer (ať již pouze chipsů, pouze oříšků nebo např. půl sáčku chipsů a půl sáčku oříšků). Funkce užitku, kterou bude maximalizovat, zůstává

$$y = 4x_1 - x_1^2 + 2x_2 - x_2^2 + 2$$

Snížení spotřeby na jeden sáček za večer můžeme formulovat jako

$x_1 + x_2 = 1$, *nebo v implicitním tvaru jako* $1 - x_1 - x_2 = 0$.

V důsledku tohoto omezení nebude jeho užitek maximalizován spotřebou 2 sáčků chipsů a 1 sáčku oříšků, jako tomu bylo dříve. Musíme najít nové hodnoty, které maximalizují funkci jeho užitku při existenci omezení. Nejprve vytvoříme lagrangián:

$$\mathcal{L} = 4x_1 - x_1^2 + 2x_2 - x_2^2 + 2 + \lambda\,(1 - x_1 - x_2)$$

Nyní vyjádříme parciální derivace podle x_1, x_2 a λ a položíme je rovny nule:

$$\delta\mathcal{L} / \delta x_1 = 4 - 2x_1 - \lambda = 0$$
$$\delta\mathcal{L} / \delta x_2 = 2 - 2x_2 - \lambda = 0$$
$$\delta\mathcal{L} / \delta\lambda = 1 - x_1 - x_2 = 0$$

Pro první dvě rovnice platí:

$$4 - 2x_1 = \lambda = 2 - 2x_2$$
$$x_1 = x_2 + 1$$

Dosazením za x1 do rovnice omezení dostaneme

$$x_2 = 0 \qquad a \qquad x_1 = 1$$

Zpětným dosazením x1a x2 do první a druhé rovnice v soustavě rovnic dostaneme shodné hodnoty pro λ, a to λ = 2.

Vidíme, že v důsledku existence omezení se změnila kombinace chipsů a oříšků, přinášející spotřebiteli maximální užitek, z 2 sáčků chipsů a 1 sáčku oříšků na pouhý jeden sáček chipsů. To s sebou přináší i pokles maxima užitku ze 7 na 5 jednotek.

Ekonomická interpretace Lagrangeova multiplikátoru

Pro ekonomy je důležitá nejen úloha Lagrangeova multiplikátoru jako matematického prostředku sloužícího k určení maxima funkce při existenci určitého omezení, ale zejména jeho ekonomická interpretace. Při vysvětlení ekonomického významu této proměnné vyjdeme z *n* rovnic (1.17), v nichž osamostatníme λ, a dostaneme:

$$-\frac{\delta y/\delta x_1}{g_1} = -\frac{\delta y/\delta x_2}{g_2} = \cdots = -\frac{\delta y/\delta x_n}{g_n} = \lambda \qquad (1.18)$$

Ze vztahu (1.18) vyplývá, že poměr $(\delta y/x_i)/g_i$ je v bodě maxima pro každé x_i stejný.

Při pohledu na všechny čitatele v (1.18) vidíme, že vyjadřují, jak velmi malá změna každého *x* ovlivní funkci *y*. Přesněji řečeno ukazují ***dodatečný*** neboli ***mezní přínos dodatečné jednotky x_i pro funkci y, o jejíž maximalizaci usilujeme.***

Rovněž jmenovatelé ve vztahu (1.18) mají ekonomický význam. K jeho vysvětlení použijeme totálního diferenciálu omezení (1.15)

$$g_1 \cdot dx_1 + g_2 \cdot dx_2 + \cdots + g_n \cdot dx_n = 0 \qquad (1.19)$$

Zvýšíme-li např. x_1 o jednotku (takže $dx_1 = 1$), změní se rovnice (1.19) na

$$g_1 = -\,g_2 \cdot dx_2 - \cdots - g_n \cdot dx_n$$

Při dodržení omezení (1.15) je zvýšení x_1 o jednotku spojeno s poklesem všech ostatních x. To znamená, že snížení $x_2 \cdots x_n$ představuje náklad vyvolaný zvětšením x_1 o jednotku. Přesněji řečeno***, jmenovatel g_1 představuje dodatečný neboli mezní náklad zvýšení x_1 o jednotku v podobě snížení $x_2 \cdots x_n$.*** Analogicky bychom mohli interpretovat ostatní jmenovatele v (1.18).

Nyní se vraťme k ekonomickému významu vztahu (1.18). Plyne z něj, že ***při optimální volbě všech x by měl být poměr mezního přínosu zvýšení x_i k mezním nákladům spojeným s tímto zvýšením pro všechna x stejný.***

Lagrangeův multiplikátor λ tedy představuje poměr přínosů a nákladů (Benefit-Cost Ratio) pro všechna x:

$$\lambda = \frac{mezní\ přínos\ x_i}{mezní\ náklad\ x_i} \tag{1.20}$$

Poznámka: Proměnnou λ lze chápat i jako hodnotu, resp. význam daného omezení. V této souvislosti se však používá termín „stínová cena omezení“. Vysoká hodnota λ potom ukazuje na fakt, že v důsledku úplného odstranění omezení může dojít k velmi podstatnému zvětšení y, protože s každým x je spojena vysoká hodnota poměru přínosů a nákladů. Z nízké hodnoty λ lze naopak usuzovat na velmi malý vliv odstranění omezení na změnu y.

Průměrné veličiny a jejich grafické vyjádření

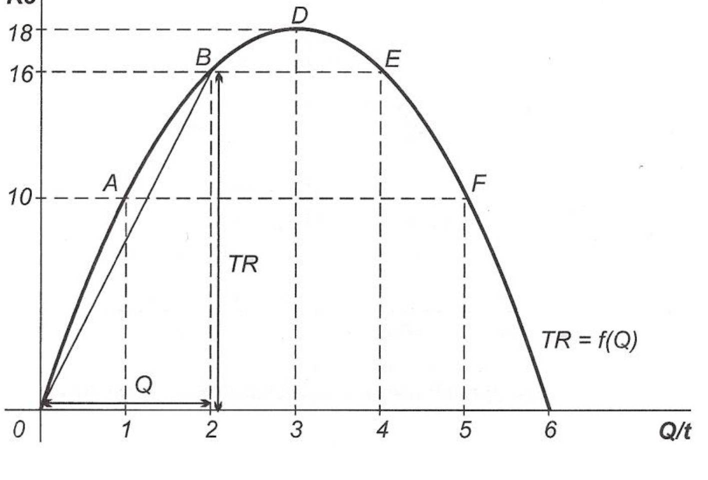
Při analýze funkčních závislostí jsme věnovali pozornost celkovým a mezním veličinám (na konkrétních příkladech celkových a mezních příjmů). Nyní se jen velmi stručně zmíníme o průměrných veličinách a zejména o možnosti rychlého odhadu vývoje průměrné veličiny z grafického znázornění celkové funkce.

Průměrné veličiny jsou podobně jako mezní veličiny veličinami jednotkovými (proto je můžeme znázorňovat společně v jednom grafu na rozdíl od celkových veličin, jejichž roznět je absolutní). V případě průměrného příjmu jde o příjem na jednotku prodané produkce, průměrné náklady představují náklady na jednotku vyrobené produkce apod.

Zatímco mezní veličina je graficky směrnicí celkové funkce, průměrná veličina je směrnicí úsečky vedené z počátku do bodu na křivce znázorňující celkovou funkci. Jako příklad použijme opět příjmovou veličinu. Průměrný příjem (Average Revenue, AR) vypočítáme:

$$AR = TR/Q$$

Odhad vývoje průměrného příjmu spojeného s rostoucím objemem prodané produkce znázorňuje obrázek 1-4.



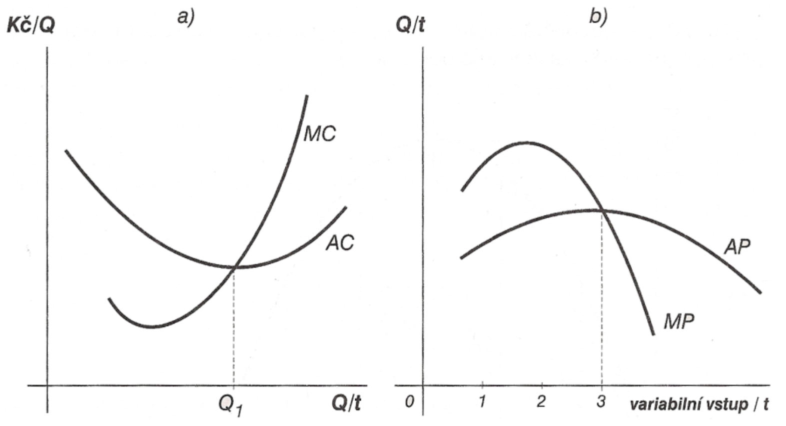
Obrázek 1–4 Průměrný příjem jako směrnice úsečky vedené z počátku do bodu na funkci celkového příjmu

Vedeme-li úsečku z počátku postupně do bodů A, B, D, E a F na funkci celkového příjmu, vidíme, že její směrnice s rostoucím objemem realizované produkce klesá, tzn. klesá průměrný příjem.

Pokud firma prodává 2 jednotky, dosahuje celkového příjmu 16 Kč a její průměrný příjem TR/Q, tedy 16/2 = 8 Kč. Spojíme-li počátek 0 s bodem B, dostaneme pravoúhlý trojúhelník, jehož základna je Q (=2), výška je TR (=16) a přepona = 0B. Směrnici přepony vyjádříme jako poměr výšky k základně, tzn. 16/2 = 8. Vydělíme-li tedy výšku pravoúhlého trojúhelníku jeho základnou, získáme stejný výsledek, jako zjišťujeme-li TR/Q, což je definice průměrného příjmu.

Vztahy mezi mezními a průměrnými veličinami

Vztahy mezi mezními a průměrnými veličinami jsou nejsnáze pochopitelné, vyjdeme-li z jejich grafického znázornění. V mikroekonomii se můžeme setkat, zejména v teorii firmy, s grafickým vyjádřením mezních a průměrných veličin jaké vidíme na obrázku 1-5.



Obrázek 1–5 Odvození vztahu mezi mezními a průměrnými veličinami

Na obrázku 1-5a vidíme mezní a průměrné náklady (MC, AC), na obrázku 1-5b mezní a průměrný produkt (MP, AP). Ačkoliv jsou oba obrázky na první pohled odlišné, z obou je možné odvodit následující obecné závěry týkající se vztahů mezních a průměrných veličin:

1. ***Jestliže křivka mezní veličiny leží pod křivkou průměrné veličiny*** (na obr. 1-5a při výrobě produkce menší než Q_1; na obrázku 1-5b při zapojení více než 3 jednotek variabilního vstupu do výrobního procesu), křivka průměrné veličin klesá.
2. ***Jestliže křivka mezní veličiny leží nad křivkou průměrné veličiny*** (na obr. 1-5a při výrobě výstupu většího než Q_1; na obr. 1-5b při použití méně než 3 jednotek variabilního vstupu ve výrobním procesu), křivka průměrné veličiny roste.
3. ***V bodě, kde křivka mezní veličiny protíná křivku průměrné veličiny***, se hodnoty obou veličin sobě rovnají a ***funkce průměrné veličiny ani neroste, ani neklesá***. Funkce průměrné veličiny je ve svém minimu (viz obr. 1-5a) nebo maximu (viz obr. 1-5b).

1.4 Řešení problémů rovnováhy

Nástrojem řešení problémů rovnováhy je analýza nabídky a poptávky (Supply-Demand Analysis).

Představme si, že budeme chtít analyzovat trh banánků v čokoládě. Na základě statistických údajů zjistíme, že závislost množství banánků poptávaných v průběhu jednoho týden (Q_D, měříme v tisících kusů) na jejich ceně (P, měříme v Kč/kus) můžeme popsat vztahem

$$Q_D = 20 - 2P \tag{1.21}$$

Poznámka: Protože rovnice (1.21) obsahuje pouze jednu nezávisle proměnnou (P), považujeme implicitně všechny ostatní faktory ovlivňující poptávku po banáncích v čokoládě za konstantní.

Z rovnice (1.21) plyne, že např. při ceně 5 Kč se bude poptávat 10 000 kusů banánků v čokoládě, zatímco při ceně 2 Kč vzroste poptávané množství na 16 000 kusů. S klesající cenou roste poptávané množství, tedy prosazuje se zákon klesající poptávky, o jehož přítomnosti svědčí i záporné znaménko u nezávisle proměnné (P) v rovnici (1.21).

Předpokládejme, že množství banánků v čokoládě nabízené v průběhu jednoho týdne (Q_S, měříme v tisících kusů) bude ovlivňováno jejich cenou na základě vztahu

$$Q_S = -2 + 2P \tag{1.22}$$

Rovnice (1.22) potvrzuje zákon rostoucí nabídky: s vyšší cenou nabízejí výrobci větší množství svých výrobků. Tento princip odráží kladné znaménko u nezávisle proměnné (P).

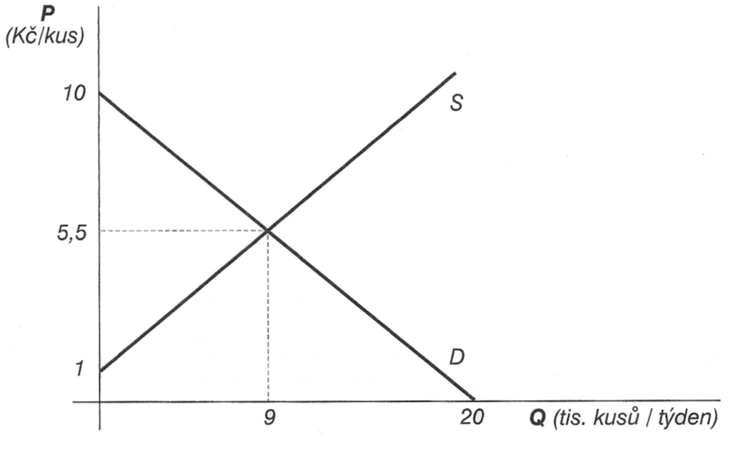
Rovnovážná cena je cena, za kterou jsou prodávající ochotni prodat takové množství banánků v čokoládě, které jsou kupující za tuto cenu ochotni koupit. Při určení rovnovážné ceny proto vyjdeme z rovnosti poptávaného a nabízeného množství:

$$Q_D = Q_S \tag{1.23}$$

Dosadíme:

$$20 - 2P = -2 + 2P$$
$$P^* = 5{,}5\ Kč/kus$$
$$Q_D = Q_S = 9$$

Algebraický model můžeme doplnit geometrickým:



Obrázek 1–6 Analýza nabídky a poptávky na trhu banánků v čokoládě

Vidíme, že funkce poptávky D je klesající, funkce nabídky S rostoucí, rovnovážná cena P* je 5,50 Kč a rovnovážné množství 9 000 kusů realizovaných za týden.

Rovnice (1.21) a (1.22) můžeme upravit do tvaru

$$P_D = 10 - 0{,}5Q,\ resp. \tag{1.24}$$

$$P_S = 1 + 0{,}5Q \tag{1.25}$$

Rovnovážné množství odvodíme z rovnosti $P_D = P_S$, resp.

$$10 - 0{,}5Q = 1 + 0{,}5Q$$
$$Q^* = 9$$
$$P_D = P_S = 5{,}50\ Kč/kus$$

Zobecněme nyní naši předchozí analýzu nabídky a poptávky. Obecnou rovnici poptávky můžeme napsat jako

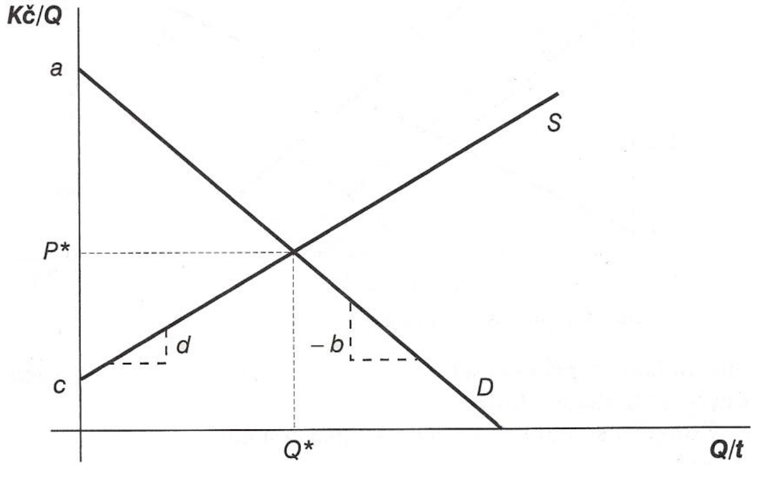
$$P_D = a - b \cdot Q,$$

kde Q = poptávané množství,
a = kladná konstanta; průsečík funkce poptávky se svislou osou; tzv. cena šokující poptávku,
-b = záporná konstanta vyjadřující klesající poptávkovou křivku.

Obecná rovnice nabídky je

$$P_S = c + d \cdot Q,$$

kde Q = nabízené množství,
c = kladná konstanta; průsečík funkce nabídky se svislou osou; tzv. cena šokující nabídku
d = kladná konstanta vyjadřující směrnici funkce nabídky.



Obrázek 1–7 Rovnovážná cena a množství

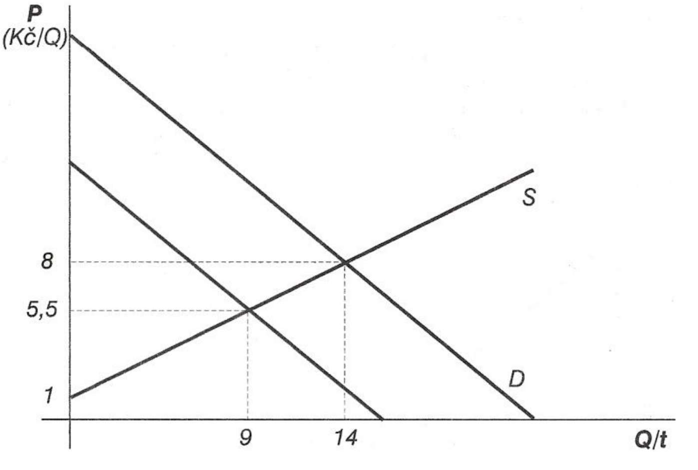
Tržní rovnováha v případě posunu poptávky nebo nabídky

Mezi faktory způsobující posun funkce poptávky patří zejména

- změna preferencí spotřebitele,
- změna velikosti důchodu spotřebitelů,
- změna cen substitučních a komplementárních statků,
- očekávání spotřebitelů,
- reklama na daný statek, substitut nebo komplement,
- kapacita trhu apod.

Růst poptávky v důsledku změny některého z uvedených faktorů je spojen s posunem funkce poptávky směrem doprava nahoru; za jinak nezměněných okolností vede obvykle k růstu rovnovážné ceny i poptávaného množství.

Vyjděme z našeho příkladu trhu s banánky v čokoládě a předpokládejme, že poptávka po nich vzrostla na $Q'_D = 30 - 2P$. Funkce nabídky zůstává nezměněna, takže při hledání rovnovážné ceny vyjdeme z rovnosti $Q'_D = Q'_S$: $30 - 2P = -2 + 2P$, tzn. že $P^* = 8$ Kč/kus a $Q^* = 14\ 000$ kusů.



Obrázek 1–8 Vliv posunu funkce poptávky na tržní rovnováhu

Za hlavní faktory promítající se v posunu křivky nabídky lze považovat

- změny v technologie, kterou firma používá,
- změny spojené se vstupy, zejména s jejich cenami,
- očekávání výrobců,
- mimoekonomické vlivy (např. počasí),
- počet prodávajících.

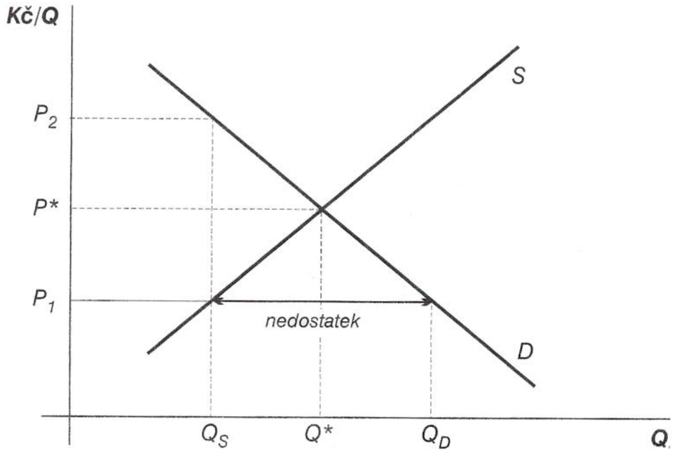
Růst nabídky je spojen s posunem funkce nabídky směrem doprava dolů; za jinak nezměněných okolností se obvykle projeví poklesem rovnovážné ceny a růstem rovnovážného množství.

Zásahy do tržní rovnováhy

Subjektem zasahujícím nejčastěji do trhu je stát. Na jedné straně je jeho působení na trhu pozitivní v tom smyslu, že vytvářením právního rámce umožňuje efektivnější fungování trhu. Na druhé straně však některé státní zásahy, spojené s nesporně pozitivní snahou zjemnit dopad cenového mechanismu na jednotlivé tržní subjekty, mohou zabraňovat tomu, aby trh byl v rovnováze. Právě analýza nabídky a poptávky představuje nejen možnost, jak uvedený problém popsat, ale ukazuje i na důsledky státních zásahů do tržní rovnováhy.

Podle toho, zda stát považuje za nutné chránit spotřebitele nebo výrobce, můžeme rozlišit dva případy intervence do tržní rovnováhy:
a) stanovení nižší než rovnovážné ceny,
b) stanovení vyšší než rovnovážné ceny.

a) Je-li cena stanovena regulačním opatřením na úrovni **pod rovnovážnou cenou**, nazývá ji ekonomická teorie **cenovým stropem**, ekonomická praxe potom **maximální cenou**. Ilustračním příkladem z české ekonomiky je regulace nájemného.

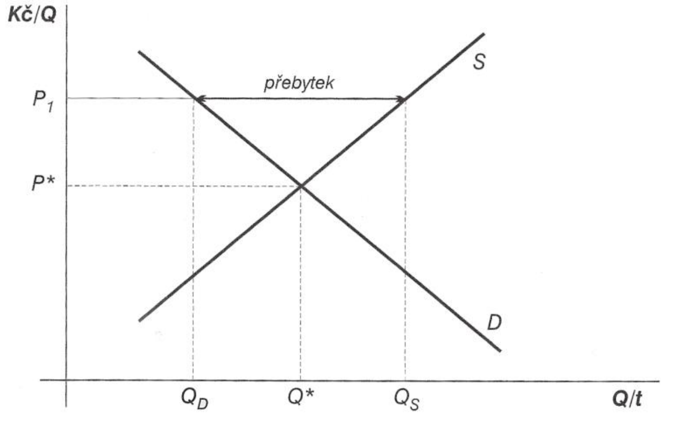


Obrázek 1–9 Cenový strop

Kdyby stát na trhu s byty neintervenoval, formovaly by síly nabídky a poptávky trh do rovnováhy (P*, Q*). Tuto úroveň tržní ceny bytů však stát považuje za příliš vysokou as cílem ochraňovat občany („spotřebitele" bytů) se rozhodne nájem é regulovat. Stanoví maximální možnou cenu (cenový strop) P_1. Jak tuto cenu posuzují nabízející a poptávající? Z hlediska vlastníků bytů je tato cena příliš nízká, proto při ní nabízejí jen množství bytů Q_S. Naopak pro poptávající je to cen sympatická, proto při ní poptávají množství bytů Q_D. Z obrázku je zřejmé, že při regulované ceně P_1 vzniká **převis poptávky** projevující se v nedostatku bytů na trhu. V důsledku fixace tržní ceny na úrovni cenového stropu P_1 nemůže trh směřovat k rovnováze. Protože vlastníky bytů nemůže nikdo přinutit, aby nabízeli větší množství bytů, než jsou při dané ceně ochotni nabízet, je jimi **nabízené množství Q_S při ceně P_1 nižší, než by bylo rovnovážné množství Q***. V konečném důsledku tedy pozitivně myšlený zásah státu vedl ke zhoršení situace občanů: potenciálním kupujícím je nabízeno menší množství bytů než v případě, že by stát do trhu s byty nezasáhl.

Státní intervence v podobě cenového stropu může mít navíc další důsledky: černý trh s byty a daňové úniky, protože omezené množství bytů jsou poptávající ochotni kupovat za cenu P_2. Protože oficiální ceny je regulovaná cena P_1, rozdíl mezi cenami P_2 a P_1 zůstává majiteli bytu jako nezdaněný příjem.

b) Pokud je cena regulačním opatřením státu stanoveny na **vyšší úrovni, než** by byla **rovnovážná cena**, hovoříme o **cenovém prahu**, resp. **minimální ceně**.



Obrázek 1–10 Cenový práh

V praxi se můžeme s cenovým prahem setkat v souvislosti s regulací cen zemědělské produkce. Cílem intervence státu na trhu je podpora výrobců v oblasti zemědělství.

Stanovení cenového prahu na úrovni P_1 vede k převisu nabídky: cena je pro výrobce atraktivní, takže při ní nabízejí množství Q_S. Naopak kupující ji považují za příliš vysokou a poptávají množství Q_D. **Množství Q_D je potom skutečně prodané množství, které je menší, než by bylo rovnovážné množství Q***. Část vyrobené zemědělské produkce v rozsahu $Q_D - Q_S$ (převis nabídky) zůstává v důsledku fixního cenového prahu nerealizována. V této podobě by však cenový práh rozhodně nepředstavoval podporu zemědělců, naopak by jim situaci zkomplikoval. V praxi se používá modifikace tohoto státního zásahu v podobě tzv. **podporovaného cenového prahu**. Ten spočívá v tom, že stát celý převis nabídky vzniklý v důsledku regulované ceny na úrovni P_1 vykoupí, takže konečné realizované množství Q_S je větší než rovnovážné množství Q*.

S dalšími podobami zásahů státu do trhu se setkáme v kapitole věnované mikroekonomické politice státu.

Ekonomie a matematika

Výše popsaný analytický aparát používaný v mikroekonomii si v žádném případě nečiní nároky jakýmkoliv sebemenším způsobem nahrazovat matematické vzdělání ekonomů. Cílem části první kapitoly, zabývající se matematickými postupy při řešení ekonomických problémů, bylo spíše připomenout základní matematické principy a jejich aplikaci na ekonomické problémy spojené zejména s optimalizací ekonomického chování a tržní rovnováhou.

Používání matematiky v ekonomii má své výhody i nevýhody. Mezi výhody patří skutečnost, že matematika je srozumitelná lidem hovořícím národním jazykem; její jazyk je přesnější než verbální vyjádření. Formalizujeme-li určitý ekonomický problém, může nám matematika umožnit tento problém lépe řešit. Nevýhodou matematiky v ekonomii je nebezpečí převážení matematického pohledu nad ekonomickým. Proto je třeba vždy mít na paměti, že matematika má v ekonomii pouze pomocnou úlohu. Protože je však přesným a kompaktním vyjadřovacím prostředkem, neobejde se ekonomie bez jejího používání.

SHRNUTÍ

1. Ekonomie se zabývá alokací vzácných zdrojů mezi alternativní užití tak, aby byly uspokojeny potřeby lidí.
2. Mikroekonomie se snaží vysvětlit především rozhodování tržních subjektů (jednotlivců a firem) v podmínkách omezenosti zdrojů vzhledem k potřebám. Předpokládá, že toto rozhodování se uskutečňuje na základě racionálního chování.
3. Při vysvětlování příčin, podstaty a následků ekonomických proměnných a při predikci jejich vývoje v důsledku změn jiných proměnných používá ekonomická teorie modely. Model zachycuje podstatné rysy ekonomického systému. Je zpravidla založen na zjednodušujících předpokladech. Může být formulován verbálně, graficky nebo algebraicky. Charakteristickými rysy většiny modelů jsou předpoklad ceteris paribus, racionální chování a pozitivní či normativní přístup.
4. V ekonomických modelech se velmi často setkáváme s derivací, která vyjadřuje to, co ekonomy nejvíce zajímá: jak se velmi malá změna jedné ekonomické proměnné projeví ve změně jiné ekonomické proměnné. Použití parciální derivace v ekonomii představuje aplikaci předpokladu ceteris paribus v ekonomických modelech: jestliže je závisle proměnná ovlivňována větším počtem nezávisle proměnných, analyzujeme pomocí tohoto přístupu pouze vztah mezi jednou nezávisle proměnnou a závisle proměnnou a ostatní nezávisle proměnné považujeme za konstantní.
5. Při řešení problémů optimalizace formulujeme nutnou a postačující podmínku. Nutnou podmínkou volného lokálního extrému funkce jedné proměnné je nulová hodnota první derivace celkové funkce, postačující podmínkou je záporná, resp. kladná hodnota druhé derivace celkové funkce v případě maxima, resp. minima funkce, jejíž extrém zjišťujeme.

Nutnou podmínku můžeme ekonomicky interpretovat tak, že jakákoliv činnost spojená s dosahováním daného cíle by měla být uskutečňována tak dlouho, dokud není dodatečný (mezní) příspěvek této činnosti k dosažení daného cíle nulový.

6. V případě, že je optimalizace cílové funkce spjata s určitým omezením, používáme k nalezení řešení Lagrangeova multiplikátoru. Ekonomicky jde o to, že každá činnost by měla být uskutečňována tak dlouho, dokud se nevyrovná poměr mezního výnosu a mezních nákladů u všech realizovaných činností.
7. Průměrná veličina je vyjádřena směrnicí úsečky vedené z počátku na celkovou funkci. V bodě svého minima je totožná s hodnotou odpovídající mezní veličiny. Je-li mezní veličina menší než průměrná veličina, průměrná veličina klesá. Je-li mezní veličina větší než průměrná veličina, průměrná veličina roste.
8. Analýza nabídky a poptávky je nástrojem při analýze tržní rovnováhy. Mimotržní zásahy představují regulované ceny v podobě cenového stropu a cenového prahu.

Důležité pojmy

- předmět zkoumání ekonomie
- vzácnost zdrojů
- tržní subjekty
- racionální chování
- ekonomický systém
- ekonomický model
- optimalizace funkce s jednou proměnnou
- nutná podmínka
- postačující podmínka
- cenový strop
- optimalizace funkce s více proměnnými
- optimalizace funkce v případě jejího omezení
- Lagrangeův multiplikátor
- grafické znázornění průměrných veličin
- vztahy mezi mezními a průměrnými veličinami
- tržní rovnováha
- cenový práh

Kontrolní otázky

1. Myslíte si, že se miliardáři setkávají s problémem vzácnosti zdrojů? Uveďte příklad.
2. Charakterizujte jednotlivé tržní subjekty a vztahy mezi nimi.
3. Proč ekonomy často zajímá směrnice funkce? Jakou ekonomickou veličinu vyjadřuje
    a. směrnice funkce celkového příjmu,
    b. směrnice funkce celkových nákladů,
    c. směrnice funkce celkového užitku,
    d. směrnice produkční funkce.
4. Zhodnoťte tvrzení: Roste-li mezní veličina, průměrná veličina musí klesat.

Příklady

1. Určete, jaký objem výstupu má firma vyrábět, aby byl její celkový příjem maximální, když je funkce celkového příjmu dána rovnicí $TR = 400Q – 4Q^2$
2. Jaká je velikost mezního produktu, jestliže firma používá 5 jednotek variabilního vstupu (x) a produkční funkce je dána rovnicí $Q = 144x + 30x^2 – 2x^3$
3. Zjistěte, při jakém množství spotřeba statku X začne klesat mezní užitek. Funkci celkového užitku můžeme vyjádřit rovnicí $TU = 17x + 24x^2 – 2x^3$
4. Jedna z realitních kanceláří v Praze zjistila, že poptávka po bytech je dána funkcí
   $Q_D = 100\ 000 – 5P$
   P = průměrné měsíční nájemné v Kč
   Na magistrátu odhadují, že nabídka bytů je dána funkcí

$Q_S = 50\,000 + 5P$

Jaká bude úroveň rovnovážného měsíčního nájemného?

Řešené příklady

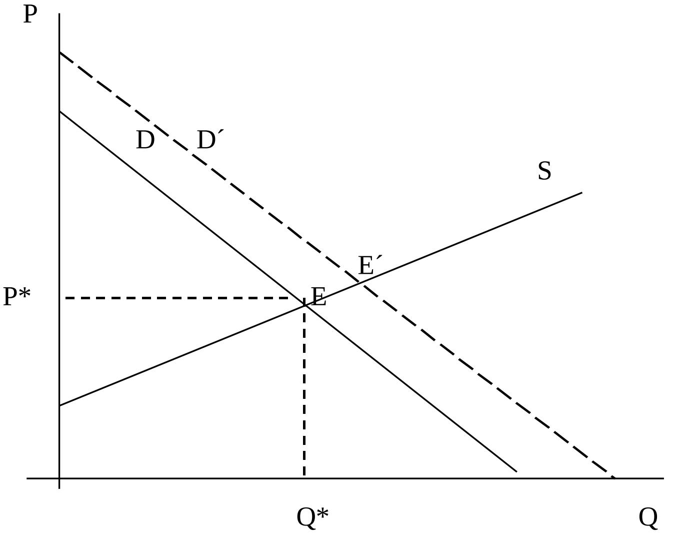
Algebraické vyjádření tržní rovnováhy

Poptávka: $P = a + b \cdot Q_D$ kde $b < 0$

Nabídka: $P = c + d \cdot Q_S$ kde $d > 0$

Podmínka rovnováhy: $Q_D = Q_S$

Grafické nástroje zobrazení tržní rovnováhy

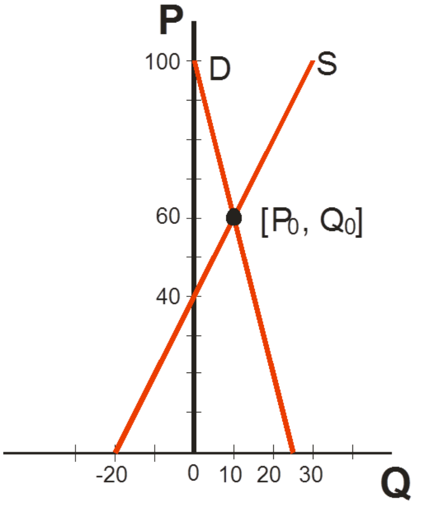


Příklad

Vypočítejte rovnovážnou cenu a rovnovážné množství. Znázorněte graficky.

$P_D = 100 – 4Q_D$, $P_S = 40 + 2Q_S$

Řešení



$100 – 4Q = 40 – 2Q$

$Q = 10$

$P_D = 100 – 40 = 60$

$P_S = 40 + 20 = 60$

$Q_D = 25$, $Q_S = -20$

Rovnovážný bod [10, 60]

Příklad

Vypočítejte rovnovážnou cenu a množství. Jaká je nerovnováha při ceně 30 Kč?

$$P_D = 60 - 2Q \qquad Q_S = \frac{1}{2}P_S - 10$$

Řešení

$$P_D = 60 - 2\left(\frac{1}{2}P - 10\right)$$

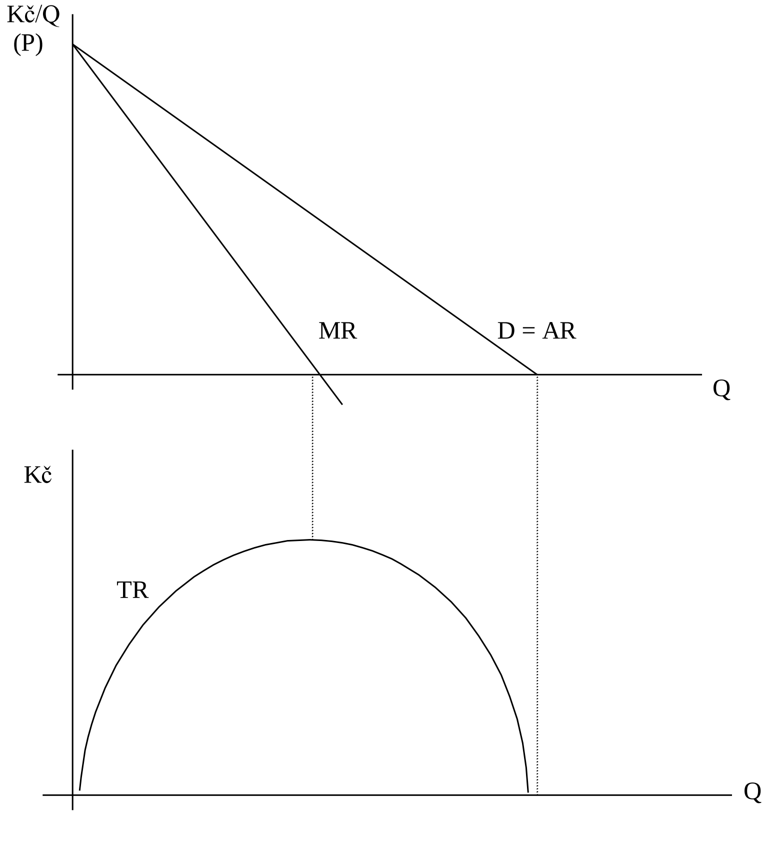
Při ceně 30 bude nerovnováha Q = 5 – 15 = -10
Tedy nedostatek statku viz graf.

Optimalizační úloha
K řešení optimalizační úlohy (tj. maximalizaci nebo minimalizaci) používáme:

- celkové veličiny (např. celkové příjmy TR)
- průměrné veličiny (např. průměrný příjem AR)
- mezní veličiny (např. mezní příjem MR)

Příklad: vymezení různých druhů příjmů firmy
Celkové příjmy: TR = P · Q
Průměrné příjmy: AR = TR / Q = (P · Q) / Q = P
Mezní příjmy: MR = ΔTR / ΔQ; MR = lim (ΔTR / ΔQ) = dTR / dQ

Příklad: grafické vyjádření TR, AR, MR při lineárním průběhu poptávky



Příklad

Je dána rovnice celkové veličiny: $TR = 53Q – 3Q^2$. Určete rovnici příslušné mezní veličiny (MR).

Řešení

$MR = (53Q – 3 \cdot Q^2)' = 53 – 6Q$

Příklad

Určete MR při Q = 4 (tj. mezi 3 – 4) při existenci nelineární poptávkové křivky ve tvaru
$P = 1000 – Q^2$.

Řešení

$TR = P \cdot Q = (1000 – Q^2) \cdot Q = 1000 \cdot Q – Q^3$
$MR = (1000 \cdot Q – Q^3)' = 1000 – 3 \cdot Q^2$
$MR_{(\text{při } Q = 4)} = 1000 – 3 \cdot 42 = 952$

Příklad

Určete rovnovážnou cenu a množství, jestliže lze popsat poptávku na dílčím trhu funkcí $P = 300 – Q_D$ a nabídku na tomto trhu lze vyjádřit funkcí $P = 60 + 3Q_S$.

Řešení

Řešíme jako soustavu dvou rovnic: $Q_E = 60$ a $P_E = 240$.

Příklad

Poptávku po ubytování na koleji lze vyjádřit funkcí $Q = 960 – 7P$ a nabídku funkcí $Q = 160 + 3P$. Vláda ze zákona určila, že maximální „kolejné“ je 35 Kč denně. Určete, o kolik převyšuje poptávka nabídku.

Řešení

Dosadíme do obou funkcí P = 35. Získáme $Q_D = 175$ a $Q_S = 265$. Rozdíl obou veličin představuje převis poptávky nad nabídkou (450). Rovnovážná cena je 80 Kč.

Příklad

Funkce poptávky po obilí je vyjádřena funkcí $Q = 200 – P$ a funkcí nabídky obilí vyjadřuje funkce $Q = 50 + 0{,}5P$. Vláda stanovila nákupní cenu obilí ve výši 150 Kč za 1 metrický cent a prohlásila, že bude nakupovat a likvidovat veškeré přebytky obilí, které vzniknou při této ceně. Jaké tato vládní aktivita přinese státu náklady?

Řešení

Postupujeme obdobně jako v předcházejícím příkladě. Přebytek nabídky je 75 q obilí a náklady budou tudíž činit 75 *150 = 11 250 Kč.

Příklad

Určete maximum celkových příjmů, jestliže je lze popsat funkcí $TR = 400Q \cdot 2Q^2$.

Řešení

První (nutná) podmínka = první derivace rovna nule (tím určíme body, kde může ležet extrém). Druhá (dostatečná) podmínka = druhá derivace musí být různá od nuly, pokud je větší než nula, jde o lokální minimum, pokud je menší než nula, jde o lokální maximum.

$f'(TR) = 400 - 4Q$
$400 - 4Q = 0$
$Q = 100$

$f''(TR) = -4$
Protože je $-4 < 0$, jde o lokální maximum.

Příklad

Určete lokální extrém funkce $y = (7 - x)^4$.

Řešení

Stejný postup jako v předchozím příkladě, ale druhá derivace je rovna nule. Musíme derivovat dále až k první nenulové derivaci. Pokud je její řád sudý, jde o extrém: minimum, pokud hodnota derivace je větší než nula, maximum, pokud je hodnota derivace menší než nula. Pokud je řád derivace lichý, jde o inflexní bod.
$f'(x) = 4(7 - x)^3$ $\quad 4(7 - x)^3 = 0$ $\quad x = 7$
$f''(x) = 12(7 - x)^2$
$f'''(x) = 24(7 - x)$
$f^4(x) = 24$
$N = 4$, tzn. že řád derivace je sudý. Protože $24 > 0$, jde o lokální minimum.

Příklad

Určete lokální extrém funkce $z = 8x^3 + 2xy - 3x^2 + y^2 + 1$.

Řešení

Lze řešit pomocí parciálních derivací (jako zde) nebo pomocí totálního diferenciálu. Vypočteme první parciální derivace a položíme rovny nule. Řešením soustavy rovnic získáme body, kde mohou ležet extrémy (nutná podmínka). V našem případě:
$\delta z/\delta x = 24x^2 + 2y - 6x$
$\delta z/\delta y = 2x + 2y$
$24x^2 + 2y - 6x = 0$
$2x + 2y = 0$
$y_1 = 0;$ $\quad x_1 = 0$
$y_2 = -1/3;$ $\quad x_2 = 1/3$

Vypočteme parciální derivace druhého řádu. Dostatečná podmínka je splněna, pokud:
$f_{(xx)}, f_{(yy)} < 0$ a $f_{(xx)} \cdot f_{(yy)} > f^2_{(xy)}$ lokální maximum
$f_{(xx)}, f_{(yy)} > 0$ a $f_{(xx)} \cdot f_{(yy)} > f^2_{(xy)}$ lokální minimum

Pokud je různé znaménko u parciálních derivací $f_{(xx)}$ a $f_{(yy)}$, jde o inflexní bod. V našem případě:
$f_{xx} = 48 - 6$
$f_{yy} = 2$

$f_{xy} = 2$
$f^2_{xy} = 2 \cdot 2 = 4$
Po dosazení za x_1 zjistíme, že obě znaménka jsou obrácená, jde o inflexní bod.
Po dosazení za x_2 zjistíme, že obě jsou kladná čísla a druhá podmínka také odpovídá pro lokální minimum.

Tvrzení ano/ne

1. Když je celková funkce rostoucí, je rostoucí též funkce mezní.
2. Když je celková funkce rostoucí, je mezní funkce kladná.
3. Když je celková funkce rostoucí, leží mezní funkce nad ní.
4. Když je mezní funkce rostoucí, je rostoucí též průměrná funkce.
5. Když je průměrná funkce klesající, leží mezní funkce pod ní.
6. Když mezní funkce ani neroste ani neklesá, je průměrná funkce konstantní.
7. Je-li mezní veličina konstantní, je grafem celkové veličiny přímka.
8. Současné zvýšení nabídky i poptávky vede ke zvýšení rovnovážné ceny.
9. Současné zvýšení nabídky i poptávky vede ke zvýšení rovnovážného množství.
10. Cenový strop vede k nedostatku na trhu.

Řešení

1. Ne
2. Ano
3. Ne
4. Ne
5. Ano
6. Ne (neplatí vždy)
7. Ano
8. Ne
9. Ano
10. Ano

Doplňování

1. Mezní veličina je algebraicky …………… celkové veličiny.
2. Průměrná veličina je geometricky ……… ……… vedeného k bodu na křivce celkové veličiny.
3. Mezní veličina je geometricky ……… ……… v bodě křivky celkové veličiny.
4. Když je mezní veličina rovna nule, je celková veličina ve svém …………… .
5. Když se mezní veličina rovná průměrné je průměrná veličina ve svém …………… .
6. Je-li celková veličina konstantní, je mezní veličina ……… ……… .
7. Důsledkem cenového prahu je …………… na trhu.
8. Je-li celková veličina klesající, je mezní veličina …………… .
9. Je-li průměrná veličina rostoucí, je mezní veličina ……… … …………… .
10. Cenový strop je stanovení regulované ceny na úrovni ……… … rovnovážná cena.

Řešení

1. První derivací
2. Směrnice paprsku
3. Směrnice tečny
4. Extrému (minimu nebo maximu)
5. Extrému (minimu nebo maximu)

6. Rovna nule
7. Přebytek
8. Záporná
9. Vyšší než průměrná (nemusí být rostoucí!)
10. Nižší než

Úkol

Které z uvedených otázek uvádějí optimalizační problémy a které obsahují problémy ekonomické rovnováhy:

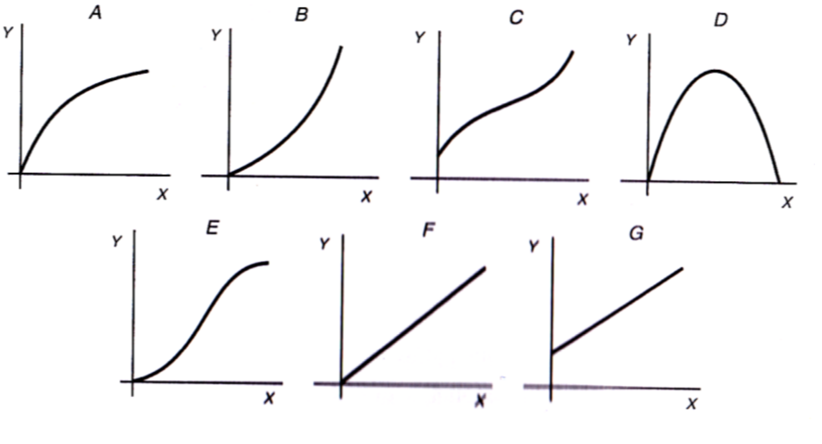
a. Mám jako vlastník obchodu provádět každoročně krátkodobé výprodejní akce při snížených cenách nebo mám udržovat o něco nižší ale stabilní ceny po celý rok?
b. Jestliže budou objevena nová naleziště stříbra v Kutné Hoře, zvýší se v tomto městě nájemné za průměrný byt?
c. Sníží se počet vražd v ČR, jestliže se zostří tresty za vraždu?
d. Proč během roku kolísají ceny jahod více než ceny brambor?
e. Jestliže mám již tři dcery, mám mít čtvrté dítě s nadějí, že to bude syn nebo mám již rezignovat?

Řešení

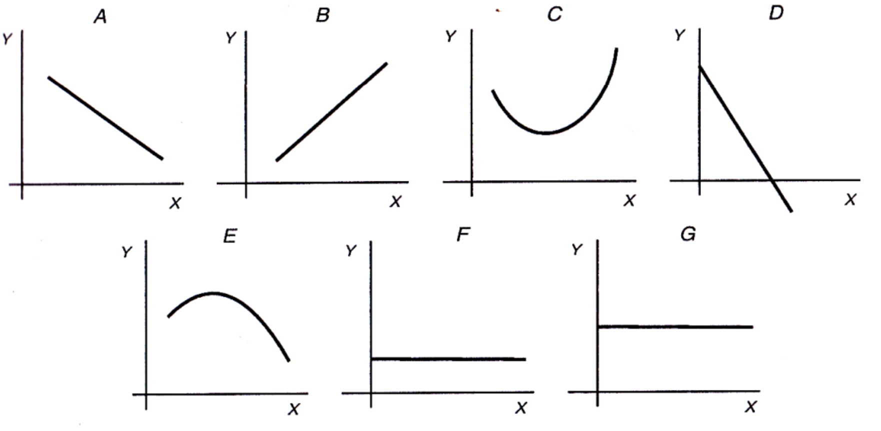
a. Optimalizační
b. Rovnovážný
c. Rovnovážný
d. Rovnovážný
e. Optimalizační

Úkol

Načrtněte grafy mezních veličin odpovídají celkovým veličinám v grafech A-G.



Řešení



Úkol

K mezním veličinám z předchozího úkolu doplňte odpovídající průměrné veličiny.

Řešení