5 Volba technologie

5.1 Základní východiska analýzy firmy

V předcházejících kapitolách jsme soustředili pozornost na spotřebitele na trhu výrobků a služeb – tedy na formování poptávky na tomto trhu. Nyní se budeme zabývat subjektem, který vytváří hlavní část nabídky na trhu výrobků a služeb – firmou. Pro zjednodušení nebudeme brát v úvahu výrobní činnost uskutečňovanou v domácnostech (práce na zahradě, příprava jídel apod.).

Pokusme se nyní co nejobecněji podívat na problematiku **příčin existence firmy.** Za základní příčiny institucionálního uspořádaní výroby právě v podobě firmy bývají obvykle považovány

- výhody týmové práce
- snížení nákladů spojených s uzavíráním kontraktů.

Jak jsme dospěli právě k těmto dvěma příčinám existence firem? Většina výrobků, které používáme, by nemohla být vyrobena bez koordinace řady profesí (např. při výrobě auta dochází k nezbytné koordinaci práce obráběče, montéra, seřizovače, natěrače atd. až po kontrolního technika, to vše doplněno řadou činností v podobě práce svačinářky, sekretářky, účetní apod.). Avšak samotný fakt, že při výrobě výrobku je potřebná týmová práce (tj. spolupráce řady specifických činností), není jako příčina existence firem postačující, protože si můžeme představit výrobu, kdy ke kombinaci zdrojů (vstupů neboli výrobních faktorů) dochází na základě multilaterálních smluv s majiteli potřebných výrobních faktorů. Tak je tomu např. při výrobě filmu, kdy producent uzavírá kontrakty se scénáristou, režisérem, herci, kameramany, osvětlovači a řadou dalších lidí, jejichž zdroje jsou k natočení filmu potřebné. Základním negativním rysem takových mnohostranných smluv jsou vysoké náklady s nimi spojené. Právě značná výše těchto tzv. transakčních nákladů způsobuje, že je většinou ekonomičtější organizovat výrobu prostřednictvím firmy.

Firma je obvykle charakterizována jako subjekt specializující se na výrobu, tj. na přeměnu zdrojů (vstupů) ve statky (výstup).

Z toho vyplývá, že firma se soustřeďuje na 3 hlavní činnosti:

1. nákup služeb výrobních faktorů,
2. organizace jejich přeměny ve výstup,
3. prodej výstupu.

Důležitou otázkou, spojenou s existencí firmy, je její cíl. Jestliže cílem spotřebitele je maximalizace užitku, co je cílem firmy? Na tuto otázku není jednoznačná odpověď. Ekonomové zpravidla předpokládají, že **cílem firmy je maximalizace zisku**, tzn. maximalizace rozdílu mezi příjmy a náklady. Nákladům firmy se věnuje 6. kapitola, příjmům firmy kapitola 7.

Připomeňme, že ekonomové berou v úvahu ekonomický zisk, který se liší od zisku účetního rozdílným chápáním nákladů. **Účetní zisk** je rozdílem mezi příjmy a explicitními náklady, tj. náklady, které byly reálně vynaloženy na nákup výrobních faktorů ve vlastnictví jiných subjektů. **Ekonomický zisk** je rozdílem mezi příjmy a ekonomickými náklady, jejichž výše je dána součtem explicitních a implicitních nákladů (podrobněji viz kapitola 6). Jinými slovy, můžeme říci, že ekonomický zisk je účetní zisk minus dosažitelné alternativní výnosy ze všech zdrojů, které daný subjekt vlastní.

Následující analýza firmy v kapitolách 5 až 11 vychází z předpokladu, že firma maximalizuje zisk. V ekonomické realitě však existují firmy, které nepodřizují svou činnost maximalizaci zisku, ale stanoví si jiné cíle- např. maximalizaci obratu, růstu podniku apod. Těmto alternativním cílů, a specifickému chování firem, které sledují tyto cíle, je věnována kapitola 12.

V kapitolách věnovaných teorii firmy budeme nejprve charakterizovat okolnosti spojené s tvorbou výstupu (zejména efektivnost vstupů zapojených ve výrobě, projevující se produkční funkci), potom budeme analyzovat náklady a příjmy firmy a nakonec ukážeme, jak firma v závislosti na svém postavení na trhu rozhoduje o optimálním výstupu a ceně.

5.2 Volba technologie

Podobně jako chování spotřebitele naráží na určité hranice, je i chování firmy omezeno, a to zejména technologickými možnostmi výroby a finančními možnostmi firmy. Proto se teorie firmy zabývá nejprve zmíněnými technologickými okolnostmi spojenými s přeměnou vstupů ve výstup a následně nákladovými omezeními.

Abychom mohli analyzovat rozhodování firmy, jejíž hlavní činností je přeměna vstupů ve výstup neboli výroba, je účelné vytvořit určitý abstraktní model výroby zachycující co nejjednodušeji vztahy mezi vstupy a výstupem. Tímto modelem je produkční funkce. **Produkční funkci charakterizujeme jako vztah mezi množstvím vstupů, které byly použity ve výrobě v daném období, a maximálním objemem výstupu, který vstupy svým fungováním v daném období vytvořily.**

„Tradičními“ vstupy používanými ve výrobě jsou práce, půda a kapitál. Za „netradiční“ vstup považují někteří ekonomové podnikavost. Pro potřeby naší analýzy zjednodušíme reálnou situaci a budeme předpokládat výrobu statku X (jehož výstup označíme Q) a dva vstupy- kapitál (Capital, K) a práci (Labour, L), postačující k její realizaci. Tak, jako výrobu statků považujeme za tok výstupu, považujeme i vstupy ve výrobním procesu za toky:

K/t= strojové hodiny za jednotku času,
L/t= odpracované hodiny za jednotku času.

Poznámka: Pokud hovoříme o výrobě statku X, předpokládáme, že všechny statky X jsou naprosto identické. To by v praxi znamenalo, že např. při výrobě košilí by měly kvalitní košile jinou produkční funkci než košile s vadami. Velmi podstatným zjednodušením reálných výrobních procesů pro potřeby teoretické analýzy je předpoklad, že jak vstup práce, tak i kapitálu jsou zcela homogenní.

Za výše uvedených zjednodušení můžeme produkční funkci psát ve tvaru

$$Q = f(K, L),$$

kde Q = výstup za jednotku času,

K = vstup kapitálu za jednotku času,
L = vstup práce za jednotku času.

Takto vymezená produkční funkce má následující vlastnosti:

a) vyjadřuje skutečnost, že výstup může být vyroben různými kombinacemi vstupů;
b) ukazuje technologická omezení výroby, protože vychází z dané úrovně technologie;
c) nepředpokládá zbytečné a neefektivní výrobní procesy, což vyplývá z důrazu na maximum výstupu v její definici, tzn. firmy používají k tvorbě výstupu nejefektivnější kombinaci vstupů.

Pokud firma používá nejefektivnější dosažitelnou technologii, potom její výstup bude záviset především na

1. množství používaných vstupů a
2. efektivnosti jejich užití.

Pro další analýzu chování firmy je důležitý časový horizont, ve kterém se firma pohybuje.

Krátké období (Short Run, SR) je charakterizováno jako období, v němž služby alespoň jednoho výrobního faktoru, který firma používá, jsou v důsledku předchozích rozhodnutí fixní. V případě dvou výrobních faktorů se za tento fixní vstup považuje zpravidla kapitál. Je tomu tak proto, že kapitál fyzicky existuje např. v podobě strojního zařízení, které je fixováno na určité místo. Firma může být jeho vlastníkem nebo nájemcem, ale nemůže okamžitě měnit jeho objem za účelem změny výstupu. Naopak objem práce zapojené do výrobního procesu může být, zejména na základě krátkodobých pracovních smluv, v případě potřeby poměrně snadno redukován nebo zvětšen. Proto v krátkém období považujeme práci za proměnlivý neboli variabilní vstup.

Protože v krátkém období je minimálně jeden vstup fixní a za tento fixní vstup považujeme kapitál, charakterizuje krátkodobá produkční funkce vztah mezi výstupem a variabilním vstupem při dané úrovni kapitálu. Jinými slovy, ukazuje, jak se mění výstup v důsledku změny pouze jednoho vstupu- práce. Z toho vyplývá, že **vlastností produkční funkce v krátkém období jsou výnosy pouze z jednoho variabilního výrobního faktoru.**

Dlouhé období (Long Run, LR) je doba dostatečná na to, aby mohla být změněna množství všech používaných vstupů, tzn. charakteristickým rysem je skutečnost, že všechny vstupy jsou variabilní. V dlouhém období může firma námi uvažované dva vstupy navzájem nahrazovat neboli substituovat. Dlouhodobá produkční funkce zachycuje vztah mezi změnou objemu obou používaných vstupů a následnou změnou výstupu. Pokud zúžíme pohled na dlouhodobou produkční funkci na vztah mezi současným proporcionálně stejným růstem objemu všech vstupů a změnou výstupu, hovoříme o výnosech z rozsahu (Returnes to Scale). **Základními vlastnostmi produkční funkce v dlouhém období proto jsou:**

a) substituce vstupů,
b) výnosy z rozsahu vstupů.

5.3 Výroba v krátkém období (krátkodobá produkční funkce)

Při analýze výroby v krátkém období vycházíme z předpokladu, že používané množství kapitálu je konstantní a mění se objem použité práce a velikost výstupu. Označíme-li konstantní množství kapitálu jako K_1, potom můžeme krátkodobou produkční funkci vyjádřit vztahem

$$Q = f(K_1, L) \tag{5.1}$$

Dalšími pojmy, bez nichž se v analýze výrobní činnosti firmy neobejdeme, jsou celkový, průměrný a mezní produkt.

Celkový produkt (Total Product, TP) představuje **výstup, který je vyroben danými vstupy** (tedy TP = Q). Protože jeho velikost vyjadřujeme ve fyzických jednotkách, bývá někdy označován jako celkový fyzický produkt (Total Physical Produkt, TPP). Křivka celkového produktu vyjadřuje různé úrovně výstupu, které lze vyrobit kombinacemi různých množství variabilního vstupu s konstantním množstvím fixního vstupu (za předpokladu neměnné technologie).

Předpokládejme, že vliv měnícího se množství práce na velikost výstupu je vyjádřen krátkodobou produkční funkcí při konstantním množství kapitálu K_1.

$$Q = 7L + 3L^2 - (1/3)L^3$$

Pro jednotlivá množství práce dostaneme následující přibližné hodnoty celkového produktu:

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	9,7	23,3	39	54,7	68,3	78	81,7	77,3	63

Graficky je tato produkční funkce znázorněna na obrázku 5-1a.

Průměrný produkt (Average Product, AP) představuje **výstup na jednotku vstupu.** Jeho velikost zjistíme, dělíme-li celkový výstup množstvím vstupů, které byly použity k jeho výrobě.

Průměrný produkt variabilního vstupu práce je

$$AP_L = \frac{Q}{L} \tag{5.2}$$

Tedy pro naši produkční funkci

$$AP_L = \frac{7L + 3L^2 - \left(\frac{1}{3}\right)L^3}{L} = 7 + 3L - \left(\frac{1}{3}\right)L^2$$

Tento ukazatel vyjadřuje průměrnou produktivitu práce, která je poměrně snadno měřena (např. 3 kg hřebíků za jednu hodinu práce), a bývá používán jako ukazatel efektivnosti. Význam má při rozhodovacích procesech v reálné ekonomické praxi.

Geometricky je hodnota průměrného produktu práce (AP_L) pro jednotlivá konkrétné množství práce dána směrnicí úsečky vedené z počátku na odpovídající body funkce celkového produktu práce (TP_L).

Průměrný produkt práce je znázorněn na obrázku 5-1b.

Průměrný produkt fixního vstupu kapitálu je definován

$$AP_K = \frac{Q}{K_i} \tag{5.3}$$

Mezní produkt (Marginal Produkt, MP) představuje **změnu celkového produktu v důsledku změny vstupu o jednotku za předpokladu konstantního množství ostatních vstupů.** V případě velmi malých změn variabilního vstupu lze vyjádřit mezní produkt jako první parciální derivaci produkční funkce podle variabilního vstupu.

Poznámka: Parciální derivaci používáme proto, že produkční funkce je funkcí více proměnných.

Mezní produkt práce je tedy

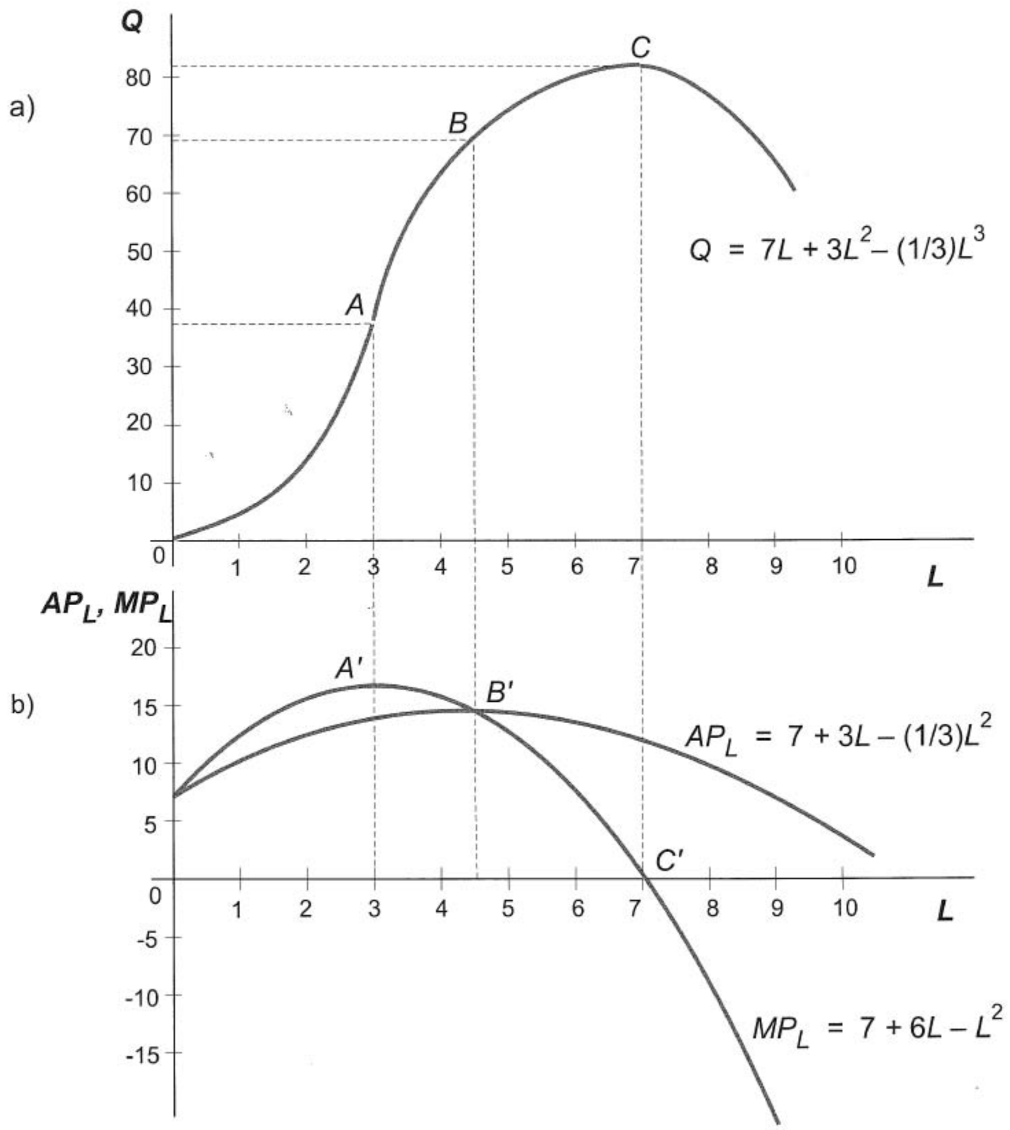
$$MP_L = \frac{\delta Q}{\delta L} \tag{5.4}$$

Předpokládáme-li opět produkční funkci ve tvaru $Q = 7L + 3L^2 – (1/3)L^3$, potom odvodíme MP_L takto: $MP_L = Q/L = 7 + 6L – L^2$.

Mezní produkt kapitálu v krátkém období není definován, protože objem kapitálu je konstantní.

Geometricky zjistíme hodnotu MP_L pro každé jednotlivé množství zapojené práce jako směrnici funkce celkového produktu (produkční funkce) v každém jejím bodě.

Vrátíme-li se k našemu původnímu zjednodušujícímu předpokladu, že výstup vzniká kombinacemi jediného variabilního vstupu (L) s konstantním množstvím fixního vstupu (K_1) a že produkční funkce je dána vztahem $Q = 7L + 3L^2 – (1/3)L^3$, můžeme výše charakterizovaný celkový, průměrný a mezní produkt a jejich vzájemné vztahy znázornit na obrázku 5-1. Na tomto obrázku jsou důležité následující body A, B a C.



Obrázek 5–1 Celkový, průměrný a mezní produkt

Bod A (A‘): do tohoto bodu (tzn. při zapojení méně než 3 jednotek L) **výnosy z variabilního vstupu (MP_L) rostou** – výstup roste rychleji než variabilní vstup L. **Od tohoto bodu** (tzn. při zapojení více než 3 jednotek práce) **mezní výnosy z variabilního vstupu (MPL) klesají.** Dodatečná jednotka variabilního vstupu způsobuje podstatně menší zvětšení dodatečného výstupu. Výstup tedy roste pomaleji než variabilní vstup, což znamená, že se prosazují klesající výnosy z variabilního vstupu. Tento tzv. **zákon klesajících výnosů** můžeme definovat takto: **Jestliže jsou do výrobního procesu přidávány stále stejné přírůstky variabilního vstupu, přičemž množství ostatních vstupů se nemění, výsledné přírůstky celkového produktu budou od určitého bodu klesat, tj. bude klesat mezní produkt variabilního vstupu.**

Bodu A‘ je dosaženo při zapojení takového počtu jednotek variabilního vstupu práce, při kterém dosahuje funkce mezního produktu práce svého maxima, tzn. její směrnice je rovna nule

$$\frac{\delta MP_L}{\delta L} = \frac{\delta^2 Q}{\delta L^2} = 0$$

Na obrázku 5-1 je mezní produktivita práce nejvyšší při zapojení 3 jednotek L.

Ověřme výpočtem. Naše hypotetická produkční funkce je dána (za implicitního předpokladu určitého konstantního množství kapitálu):

$$Q = 7L + 3L^2 - (1/3)L^3$$

$$MP_L = Q/L = 7 + 6L - L^2 \text{ (směrnice funkce TPQ)}$$

$$\frac{\delta MP_L}{\delta L} = \frac{\delta^2 Q}{\delta L^2} = 6 - 2 \cdot L \text{ (směrnice funkce } MP_L\text{)}$$

$$6 - 2L = 0 \Rightarrow L = 3$$

Bod B (B'): Jde o bod, kdy je průměrný produkt variabilního faktoru (AP_L) maximální. Při zapojení méně než 4,5 jednotek L průměrný produkt práce roste, při zapojení více než 4,5 jednotek L průměrný produkt práce klesá. Křivka AP_L je protínána v bodě svého maxima shora klesající křivkou MP_L, což je dáno obecnými vztahy mezi mezními a průměrnými veličinami, jak je známe z 1. kapitoly.

Bod C (C'): V tomto bodě je dosahováno maximálního výstupu. Jakýkoliv další růst variabilního vstupu povede jen k poklesu celkového produktu. V uvedeném bodě je směrnice produkční funkce rovna nule a protože, jak již víme, směrnice produkční funkce vyjadřuje geometricky funkci mezního produktu, je i mezní produkt roven nule. Křivka MP_L protíná osu x při zapojení 7 jednotek L, které vedou k maximálnímu výstupu.

Tvar krátkodobé produkční funkce na obrázku 5-1 odráží takovou situaci ve výrově, kdy při malém množství variabilního vstupu práce (mezi 0 – 3 jednotkami L) efektivnost dodatečné jednotky práce roste. Při zapojení více než 3 jednotek práce však tato efektivnost, projevující se v mezním produktu práce, klesá. Jinými slovy, popsaná produkční funkce je složena ze dvou částí. V první se prosazují rostoucí výnosy z variabilního vstupu, ve druhé klesající výnosy variabilního vstupu. Jak by vypadala krátkodobá produkční funkce a funkce jednotkových (průměrného a mezního) produktů, kdyby se v ní prosazovaly pouze rostoucí, pouze klesající nebo pouze konstantní výnosy z variabilního vstupu, se můžete dozvědět v rozšiřujícím výkladu.

5.3.1 Výrobní stadia v krátkém období

Z obrázku 5-1 lze odvodit, při jakém zapojení variabilního vstupu bude pravděpodobně pro firmu výhodně vyrábět.

Při zapojení méně než 4,5 jednotek L můžeme hovořit o **1. výrobním stadiu**. Z hlediska firmy je toto stadium pozitivní: po celé jeho trvání roste průměrný produkt, který může sloužit jako dostatečné kritérium efektivnosti, neboť vyjadřuje efektivnost všech zapojených jednotek práce (na rozdíl od mezního produktu, který vyjadřuje pouze efektivnost pouze dodatečné jednotky práce).

Efektivnost fixního vstupu v tomto stadiu roste, protože $AP_K = Q/K$ a výstup roste, zatímco objem kapitálu je konstantní.

Efektivnost variabilního vstupu rovněž roste. Do 3 jednotek práce roste výstup rychleji než objem práce, takže mezní produktivita práce je rostoucí. Od 3 do 4,5 jednotky práce se sice projevuje zákon klesajících výnosů z variabilního vstupu, ale mezní produkt práce zůstává kladný a vyšší než průměrný produkt práce. Tento vývoj mezní produktivity práce se odráží ve vývoji její průměrné produktivity ($AP_K = Q/K$), která až do 4,5 jednotky práce roste. Podíváme-li se na směrnici úsečky vedené z počátku do bodů na funkci celkového produktu na obrázku 5-1, vidíme, že až do bodu B její hodnota roste.

Firma nacházející se v tomto výrobním stadiu bude mít nejspíše tendenci zvyšovat počet zapojených jednotek variabilního faktoru, neboť v situaci, kdy nejsou pravděpodobně její fixní vstupy zcela využity, umožňuje růst počtu jednotek práce zvýšit efektivnost obou uvažovaných vstupů. Jejím cílem je vyrábět výstup odpovídající 4,5 zapojeným jednotkám variabilního vstupu – tedy dosáhnout hranice mezi 1. a 2. stadiem, kdy je AP_L maximální.

2. výrobní stadium představuje růst výstupu z bodu B do bodu C na produkční funkci, způsobený růstem variabilního vstupu z 4,5 na 7 jednotek práce. **Efektivnost fixního vstupu** i v tomto stadiu **roste,** protože roste objem výstupu a objem fixního vstupu K je konstantní. **Efektivnost variabilního vstupu klesá,** jelikož výstup sice roste, ale pomaleji než variabilní vstup (tzn. mezní produkt práce klesá, ale zůstává kladný). Dodatečná jednotka práce v tomto stadiu tedy zvyšuje efektivnost kapitálu, ale snižuje efektivnost práce.

Na hranicích mezi 2. a 3. stadiem je v bodě C maximalizován krátkodobý výstup, za maximální lze rovněž považovat efektivnost fixních vstupů.

3. výrobní stadium nastává při zapojení více než 7 jednotek práce; růst objemu zapojené práce vede k poklesu výstupu, což má za následek pokles efektivnosti jak v podobě AP_L, tak v podobě AP_K. V ekonomické realitě jde o situaci, kdy vzhledem k danému objemu fixních vstupů existuje velké množství variabilního vstupu. Mezní produkt práce v této fázi nabývá záporných hodnot.

Při hledání odpovědi na otázku, které stadium je z hlediska firmy optimální, je evidentní, že v žádném případě to nebude 3. stadium – firma, která by zvyšovala počet jednotek variabilního vstupu při klesajícím výstupu, by se nechovala racionálně.

Negativním rysem 1. stadia je relativně nízké využití fixního vstupu; firma má proto zpravidla zájem zvyšovat efektivnost růstem počtu jednotek variabilního vstupu a zapojit jich do výroby tolik, aby překonala hranici mezi 1. a 2. stadiem.

Za optimální tedy lze považovat 2. stadium, v jehož průběhu je dosahováno nejvyšší efektivnosti a které vrcholí maximálním krátkodobým výstupem.

Rozšiřující výklad

Krátkodobé produkční funkce, v nichž se prosazují pouze rostoucí, pouze klesající nebo pouze konstantní výnosy z variabilního vstupu práce

1. **Rostoucí výnosy z variabilního vstupu** (obr. 5-2) znamenají situaci, kdy je každá další jednotka práce efektivnější (produktivnější) než předcházející jednotka. To se projevuje v tom, že výstup roste rychleji než variabilní vstup, což lze formálně vyjádřit jako

$$Q = a + b \cdot L + c \cdot L^2,$$

kde Q = objem výstupu,

L = variabilní vstup práce,
a, b, c = konstanty.

Pokud budeme předpokládat, že výstup nemůže vzniknout, aniž by bylo zapojeno minimální množství jednotek L a že a = 0, potom dostaneme upravenou produkční funkci $Q = b \cdot L + c \cdot L^2$

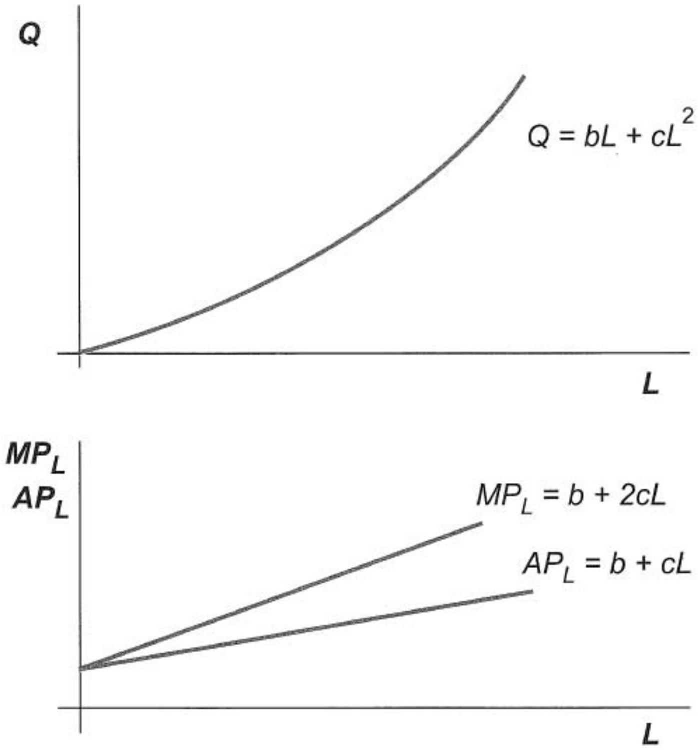
Průměrný produkt práce je potom

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{b \cdot L + c \cdot L^2}{L} = b + c \cdot L$$

Mezní produkt práce lze vyjádřit jako

$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = b + 2 \cdot c \cdot L$$

Směrnice křivky MP_L (=2c) je dvakrát větší než směrnice křivky AP_L (=c). Protože MPL > AP_L, rostoucí MP_L „vytahuje“ i AP_L. Tento případ se nevyskytuje v realitě často; pokud se objeví, potom zpravidla při malém počtu jednotek variabilního vstupu.



Obrázek 5–2 Rostoucí výnosy z variabilního vstupu

2. **Klesající výnosy z variabilního vstupu** (obr. 5-3) jsou představovány situací, kdy výstup v důsledku dodatečného zapojování práce sice roste, ale pomalejším tempem než variabilní vstup. Jednou z možností, jak tuto situaci formálně vyjádřit, je rovnice

$Q = a + b \cdot L - c \cdot L^2$, resp. jestliže a=0, pak $Q = b \cdot L - c \cdot L^2$

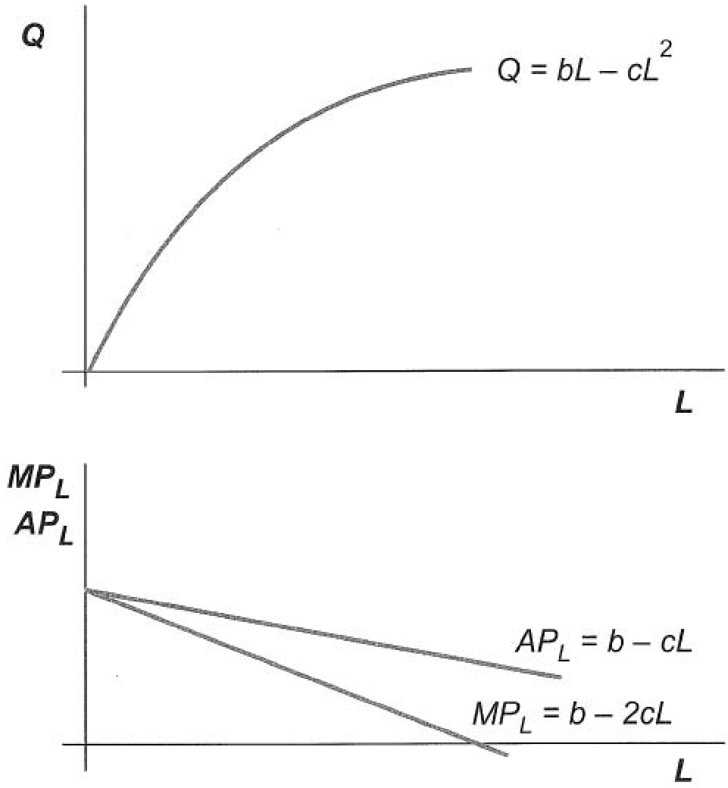
Průměrný produkt práce je potom

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{b \cdot L - c \cdot L^2}{L} = b - c \cdot L$$

Mezní produkt práce lze vyjádřit jako

$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = b - 2 \cdot c \cdot L$$

Křivka MPL (jejíž směrnice = -2c) klesá dvakrát rychleji než křivka AP_L (jejíž směrnice = -c). Protože současně $MP_L < AP_L$, pokles MP_L „stahuje“ i AP_L.



Obrázek 5–3 Klesající výnosy z variabilního vstupu

3. Další možnou alternativou jsou **konstantní výnosy z variabilního vstupu** (obr. 5-4), které znamenají, že s růstem variabilního vstupu roste výstup konstantním tempem.

   Takovou produkční funkci lze vyjádřit vztahem

$$Q = a + b \cdot L$$

   Jestliže a = 0, dostaneme

$$Q = b \cdot L$$

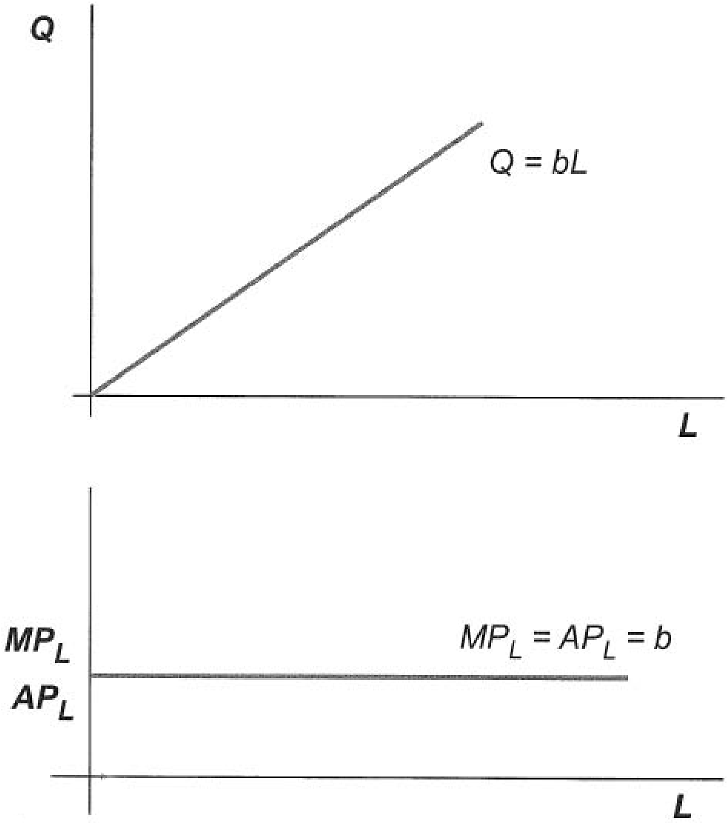
   Průměrný produkt práce je potom

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{b \cdot L}{L} = b,$$

mezní produkt práce

$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = b$$

Protože každá dodatečná jednotka L přispívá k růstu výstupu stejně jako každá předchozí jednotka L, jsou všechny jednotky L stejně produktivní, tzn. že mezní produkt všech jednotek L je stejný. Tomu odpovídá i horizontální křivka MP_L. Jestliže je každá jednotka L stejně produktivní, potom je průměrný produkt práce konstantní a současně stejně velký jako mezní produkt práce.



Obrázek 5–4 Konstantní výnosy z variabilního vstupu

4. Většina mikroekonomických analýz předpokládá, že se ve výrobním procesu nejprve, při relativně malé zapojení variabilního vstupu, prosazuje rostoucí mezní produktivita tohoto vstupu. Při zapojení většího počtu jednotek variabilního vstupu práce se však fixní zásoba kapitálu stává brzdou dalšího zvyšování mezní produktivity práce. Výnosy v podobě mezního produktu práce klesají. Produkční funkci vyjadřující takovýto charakter výroby bychom mohli vyjádřit jako

$$Q = a + b \cdot L + c \cdot L^2 - d \cdot L^3 \qquad \text{a při } a = 0 \qquad Q = b \cdot L + c \cdot L^2 - d \cdot L^3$$

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{b \cdot L - c \cdot L^2 - d \cdot L^3}{L} = b + c \cdot L - d \cdot L^2$$

$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = b + 2 \cdot c \cdot L - 3 \cdot d \cdot L^2$$

Tyto vztahy jsou znázorněny na obrázku 5-1.

5.4 Výroba v dlouhém období (dlouhodobá produkční funkce)

Charakteristikou dlouhého období je , že firma může měnit množství všech vstupů, které používá ve výrobě. V našem omezeném případě pouze dvou vstupů (práce a kapitálu) můžeme potom dlouhodobou produkční funkci vyjádřit jako

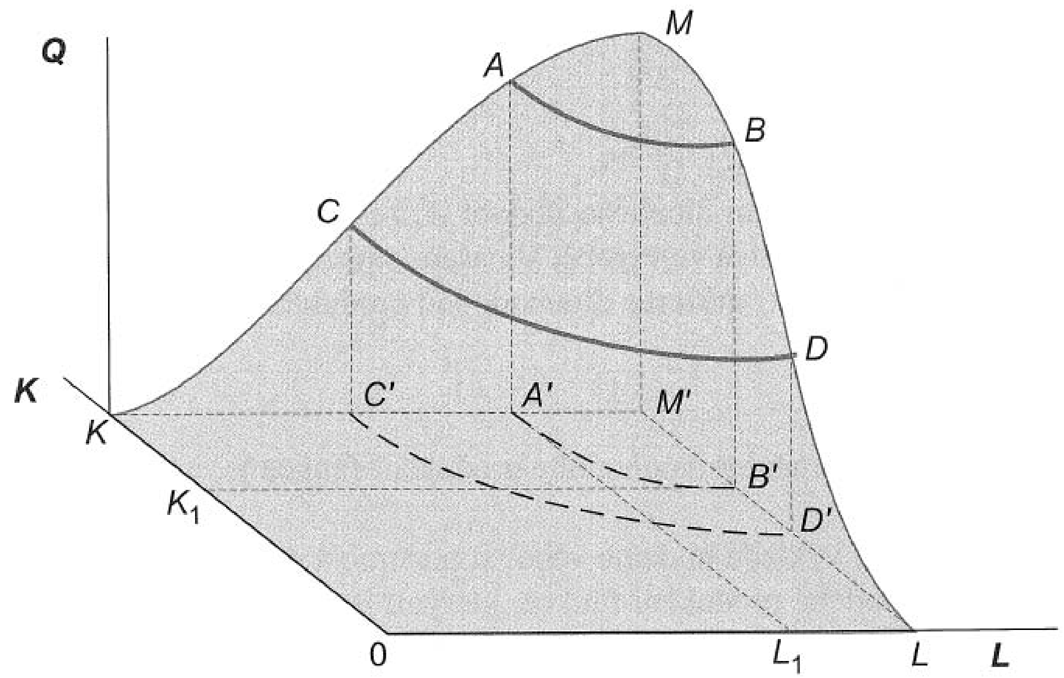
$$Q = f\,(K,L) \tag{5.5}$$

Grafickým znázorněním dlouhodobé produkční funkce je, jak dále uvidíme, izokvantová mapa.

V následujícím výkladu budeme věnovat pozornost dvěma základním determinantám dlouhodobé produkční funkce, kterými jsou **substituce vstupů** (paragrafy 5.4.1-5.4.4) a **výnosy z rozsahu** (paragraf 5.4.5).

5.4.1 Izokvanta

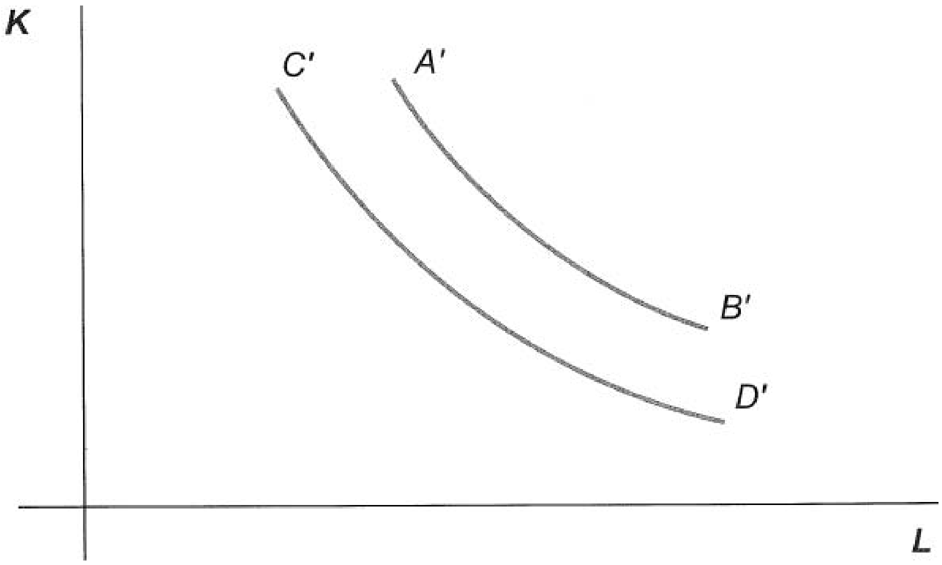
Dlouhodobou produkční funkci můžeme znázornit pomocí prostorového obrázku (obr. 5-5).



Obrázek 5–5 Znázornění produkce jako plochy (produkční kopec)

Tento obrázek umožňuje znázorňovat na dvou osách vodorovné plochy měnící se množství práce a kapitálu a na svislé ose velikost výstupu odpovídajícího nejrůznějším kombinacím vstupů použitých při jeho výrobě.

Pokud by firma používala OK jednotek kapitálu a velikost vytvořeného výstupu by závisela na měnícím se objemu vstupu práce, odpovídající produkční funkce by byla znázorněna křivkou KCAM. Obdobně křivka LDBM znázorňuje produkční funkci v případě, že objem práce se nemění a změny výstupu jsou způsobeny pouze změnami objemu použitého kapitálu. Z obrázku 5-5 je zřejmé, že kombinace kapitálu a práce KL_1 vede k tvorbě stejně velkého výstupu (A’A) jako kombinace K_1L (B’B). Spojením všech bodů produkční plochy OKML odpovídajících výstupu A’A = B’B dostaneme křivku AB. Ta znázorňuje danou úroveň výstupu, která může vzniknout nejrůznějšími kombinacemi vstupů práce a kapitálu. Promítneme-li křivku AB na základnu, dostaneme křivku A’B‘, kterou můžeme znázornit v dvourozměrném obrázku (obr. 5-6).



Obrázek 5–6 Znázornění produkce pomocí izokvanty

Křivku, která je tvořena všemi kombinacemi vstupů vedoucími k tvorbě stejného výstupu, nazýváme izokvanta (iso = stejný, quantity = množství). Izokvanta je vždy spojena s určitou konkrétní úrovní výstupu: např. izokvanta C'D' by mohla představovat výstup Q_1 = 10 rohlíků, který by mohl být vyroben různými kombinacemi práce a kapitálu.

Označíme-li úroveň výstupu např. jako Q_1, potom je izokvanta souborem kombinací vstupů K a L splňujících vztah

$$f(K,L) = Q_1 \tag{5.6}$$

Úroveň výstupu roste s tím, jak se posunujeme doprava nahoru: např. izokvanta A'B' by mohla ztělesňovat výstup Q_2 = 20 rohlíků. Protože objemů výstupu může být nekonečně mnoho, existuje i nekonečně velký počet izokvant, který tvoří tzv. **mapu izokvant.** Mapa izokvant nás informuje o maximálně dosaženém výstupu při jakékoliv kombinaci vstupů, je tedy alternativním způsobem popsání produkční funkce.

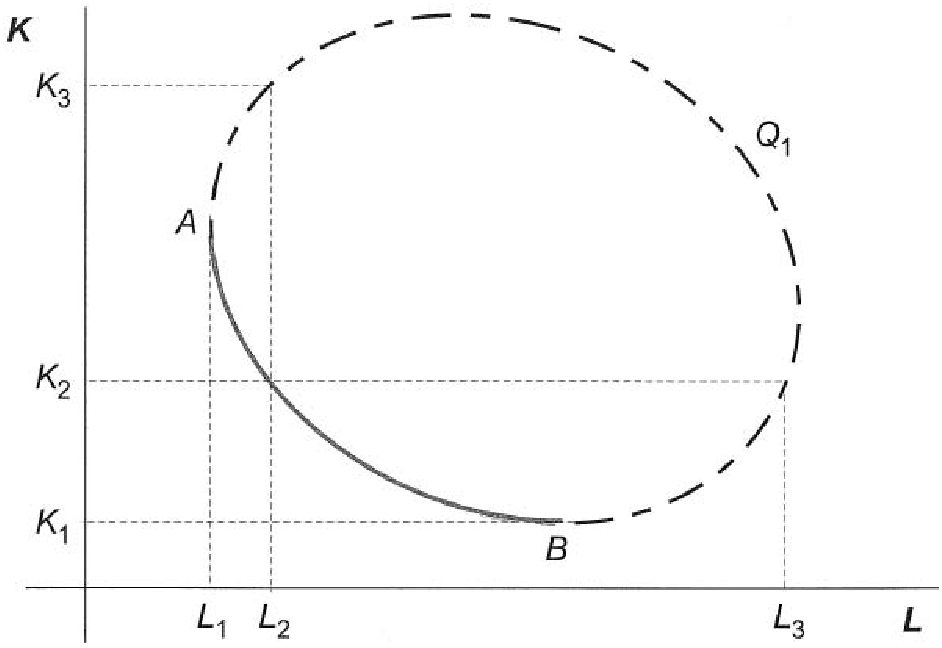
Izokvanta hraje v teorii výroby stejnou úlohu jako indiferenční křivka v teorii spotřebitele. Indiferenční křivka ukazuje různé kombinace dvou statků, které vedou ke stejnému celkovému užitku spotřebitele; izokvanta ukazuje různé kombinace dvou vstupů, které vedou ke stejnému výstupu firmy. Tyto dvě křivky se podobají i tím, jak jsou seřazeny: indiferenční křivky seřazují severovýchodním směrem úroveň uspokojení potřeb od nízké k vysoké, izokvanty seřazují analogicky úroveň výstupu. Rozdíl mezi izokvantou a indiferenční křivkou je v tom, že každá izokvanta je spojená se specifickou úrovní výstupu, avšak indiferenční křivce není vždy možno přiřadit konkrétní úroveň užitečnosti (indiferenční křivky jsou smysluplné z ordinálního hlediska).

Znázornění izokvanty jako hladké křivky, přesněji jako spojité funkce, je určitým zjednodušením. V ekonomické realitě používaná technologie zpravidla neumožňuje existenci nekonečně velkého počtu kombinací vstupů při výrobě stejného výstupu. Kdyby měla izokvanta přesně odrážet reálné ekonomické procesy, byla by spíše sérií bodů vedoucích ke specifické úrovni výstupu než spojitou křivkou.

Nyní se pokusme charakterizovat základní vlastnosti izokvant (srovnejte je s vlastnostmi indiferenčních křivek v kapitole 2).

1. V mapě izokvant jsou jednotlivé izokvanty seřazeny severovýchodním směrem, tzn. izokvanta bližší počátku představuje kombinace vstupů vedoucí k nižšímu výstupu než izokvanta vzdálenější od počátku.
2. Izokvanty jsou seřazeny z kardinálního hlediska.
3. Izokvanty se neprotínají. Kdyby se protínaly, byl by porušen předpoklad efektivnosti obsažený v produkční funkci, neboť by rozdílné výstupy mohly být vyrobeny stejnou kombinací vstupů. To by znamenalo, že firma používá výrobní faktory neefektivně.
4. Izokvanty jsou klesající a konvexní k počátku. Pro vysvětlení se vraťme k produkční ploše v podobě produkčního kopce a představme si, že se na tento kopec díváme shora. Uviděli bychom mapu izokvant v podobě soustředných křivek. Jedna z nich je znázorněna na obrázku 5-7.

Pokud by firma k výrobě výstupu Q_1 použila kombinaci vstupů K_3L_2, chovala by se neracionálně, protože ho může vyrobit i s kombinací vstupů K_2L_2. Stejně neracionální by byla kombinace L_3K_2 ve srovnání s racionální kombinací L_2K_2. Z toho lze usuzovat, že racionální kombinace vstupů vedoucí k vytvoření stejného výstupu se budou nacházet v levé spodní čtvrtině izokvanty (mezi body A a B na obrázku 5-7); tedy v té její části, která je klesající a konvexní k počátku.



Obrázek 5–7 Izokvanta jako "vrstevnice" produkčního kopce

5.4.2 Mezní míra technické substituce

Klesající směrnice izokvanty je důsledkem první z uvedených vlastností dlouhodobé produkční funkce, a to substituce vstupů, tj. možnosti firmy snižovat objem jednoho vstupu a zvyšovat množství druhého vstupu, aniž by se změnila velikost výstupu. Význam směrnice izokvanty spočívá mimo jiné v tom, že nám poskytuje informace o technických možnostech vzájemného nahrazování vstupů. Míru tohoto nahrazování vstupů označujeme jako mezní míru technické substituce.

Mezní míra technické substituce (Marginal Rate of Technical Substitution, MRTS) **vyjadřuje míru, ve které firma může nahrazovat kapitál prací, aniž by se změnila velikost výstupu.**

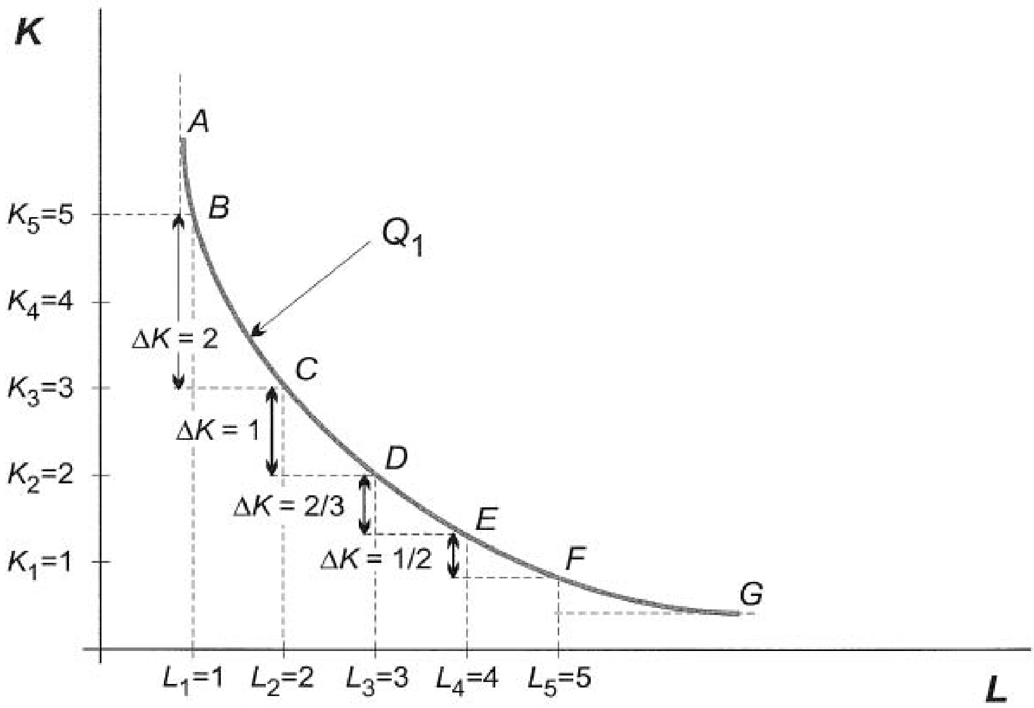
Dochází-li ve výrobě k nahrazování relativně velkého množství kapitálu relativně velkým množstvím práce při nezměněné velikosti výstupu (tzn. že se pohybujeme podél jedné izokvanty), vyjadřuje MRTS směrnici izokvanty mezi dvěma jejími body

$$MRTS = \frac{-\Delta K}{\Delta L} | Q = Q_1 \qquad (5.7)$$

Pro velmi malé změny objemu kapitálu a práce při výrobě nezměněného výstupu je MRTS vyjádřena jako směrnice izokvanty v jakémkoliv jejím bodě

$$MRTS = \frac{-dK}{dL} | Q = Q_1 \qquad (5.8)$$

Pro upřesnění je nutno dodat, že vztahy 5.7, resp. 5.8 vyjadřují skutečnost, že podél izokvanty mění firma vstupy tak, že **snižuje množství kapitálu** (proto - ΔK, resp. – dK) a **zvětšuje množství práce**, takže jde o **mezní míru nahrazování kapitálu prací.**



Obrázek 5–8 Izokvanta

Představme si, co se stane, posuneme-li se po izokvantě Q_1 na obrázku 5-8 z bodu B do bodu C. Velikost výstupu se nezmění, protože zůstáváme na stejné izokvantě. Mění se však kombinace vstupů, kterou je tento výstup vyroben; místo K_5L_1 je použito kombinace K_3L_2. Přesun z K_5L_1 na K_3L_2 znamená, že zmenšení výstupu způsobené použitím menšího množství kapitálu je kompenzováno zvětšením výstupu plynoucím z použití většího množství práce. Vyjádříme-li zmenšení výstupu plynoucí z poklesu kapitálu jako

$$- \quad \Delta K \cdot MP_K$$

a zvětšení výstupu plynoucí z použití většího množství práce jako

$$\Delta L \cdot MP_L,$$

potom výše zmíněná kompenzace znamená, že

$$-\quad \Delta K \cdot MP_K = \Delta L \cdot MP_L$$

Po úpravě dostaneme

$$-\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

Jelikož je

$$-\frac{\Delta K}{\Delta L} = MRTS,$$

Platí

$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} \tag{5.9}$$

Matematicky přesnější odvození mezní míry technické substituce jako poměru mezních produktů dvou používaných vstupů naleznete v matematickém dodatku.

Pro velmi malé změny vstupů platí

$$-\frac{dK}{dL} = MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} \tag{5.10}$$

Skutečnost, že dK/dL je záporné, je důsledkem nahrazování jednoho vstupu druhým a negativní směrnice izokvanty. Abychom získali kladnou hodnotu mezní míry technické substituce, připojujeme zpravidla k poměru Δ K/Δ L záporné znaménko (s podobným postupem jsme se setkali v kapitole 2 při výkladu indiferenčních křivek – analýze MRS_C*). Pro ekonomické uvažování je však podstatná zejména velikost tohoto poměru.*

Na obrázku 5-8 vidíme, že zvyšuje-li firma množství práce na úkor kapitálu při zachování stejné velikosti výstupu (Q_1), míra vzájemného nahrazování kapitálu prací klesá. V bodě B je absolutní hodnota MRTS poměrně vysoká, což odráží skutečnost, že technologické okolnosti výroby umožňují firmě podstatně snížit objem používaného kapitálu a nahradit jej o jednotku větším množstvím práce. Naopak v bodě F, kdy firma pro výrobu výstupu Q_1 používá relativně velké množství práce, se může vzdát jen malého množství kapitálu výměnou za dodatečnou jednotku práce; MRTS je malá. Mezi jednotlivými body na izokvantě Q_1 klesá mezní míra technické substituce kapitálu prací ze 2 na 1, 2/3 a 1/2. Zdálo by se, že příčinou je vztah mezi množstvím daného vstupu a jeho efektivností (tj. mezní produktivitou): s růstem množství práce MP_L klesá a s poklesem množství kapitálu roste MP_K. Protože platí, že $MRTS = MP_L/MP_K$, mezní míra substituce kapitálu prací podél izokvanty musí klesat.

Bohužel toto jednoduché zdůvodnění příčiny poklesu mezní míry technické substituce podél izokvanty není správné. Problém totiž spočívá v tom, že **efektivnost (mezní produktivita) daného vstupu závisí na používaném množství obou vstupů.** Tedy mezní produkt práce je ovlivněn nejen množstvím práce, ale i množstvím kapitálu a analogické vztahy platí pro mezní produkt kapitálu.

Představme si malou právnickou kancelář, v níž jsou zaměstnány dvě písařky píšící na dvou psacích strojích. Jestliže přijme firma další dvě písařky, ale koupí jen jeden dodatečný psací stroj, je zřejmé, že výnos neboli mezní produkt práce každé z nových písařek bude menší, než kdyby firma koupila dva nové psací stroje. Je tedy zřejmé, že mezní produkt práce písařek je ovlivněn množstvím psacích strojů (kapitálu).

Přesnější matematické vysvětlení skutečnosti, že klesající mezní míru technické substituce není možné odvodit pouze z předpokladu klesajícího mezního produktu vstupu, jehož množství roste, naleznete v matematickém dodatku.

Proces vzájemného nahrazování vstupů při výrobě stejného výstupu má své hranice. Tam, kde je izokvanta vodorovná (bod G), dosáhla substituce kapitálu prací maximální hranice a MRTS = 0. Firma již nemůže snížit objem používaného kapitálu a nahradit ho prací – kdyby tak učinila, vedlo by to k poklesu výstupu. Podobně, pohybujeme-li se po izokvantě Q_1 nahoru směrem k bodu A, je práce nahrazována stále větším množstvím kapitálu a poměr Δ K/Δ L roste. V bodě A je míra nahrazení práce kapitálem při zachování stejně velkého výstupu největší. Kdyby firma dále zmenšovala objem používané práce, způsobilo by to pokles výstupu. Izokvanta je v bodě A svislá, takže MRTS práce kapitálem je rovna nekonečnu.

5.4.3 Elasticita vzájemného nahrazování vstupů

Pokud nás bude zajímat, jak snadno či obtížně, jinými slovy, jak pružně lze nahrazovat při výrobě daného výstupu (tj. podél izokvanty) jeden vstup druhým, dostaneme se k ukazateli elasticity substituce.

Poznámka: S elasticitou substituce jsme se setkali i ve 3. kapitole, formálně jde o zcela analogický problém.

Elasticita substituce σ je definována jako **procentní změna poměru vstupů (K/L) dělená procentní změnou mezní míry technické substituce:**

$$\sigma = \frac{\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{K/L}}{\frac{d\,MRTS}{MRTS}} = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{d\,MRTS} \cdot \frac{MRTS}{K/L} \qquad (5.11)$$

Protože předpokládáme, že podél izokvanty se (K/L) a MRTS vyvíjejí stejným směrem, hodnota elasticity substituce σ je většinou kladná, v krajním případě, jak dále uvidíme, nulová.

Charakter elasticity substituce můžeme odvodit z tvaru izokvanty, protože ukazatel vyjadřuje míru zakřivení izokvanty. Porovnejme čtyři možné tvary izokvant (viz obr. 5-9).

Na obrázcích 5-9a a 5-9b vidíme relativně málo zakřivené izokvanty nebo izokvanty jako přímky. Z toho lze usuzovat na relativní snadnost vzájemného nahrazování vstupů a na vysoké hodnoty koeficientu elasticity substituce σ.

V krajním případě jsou izokvanty lineární (obr. 5-9a). Jejich směrnice a tedy mezní míra technické substituce jsou konstantní. To znamená, že procentní změna MRTS je nulová. Koeficient elasticity substituce σ = ∞. Jde o v praxi poměrně řídký jev **dokonale**

nahraditelných vstupů, kdy jedna jednotka kapitálu vytvoří stejný výstup jako jedna jednotka práce.

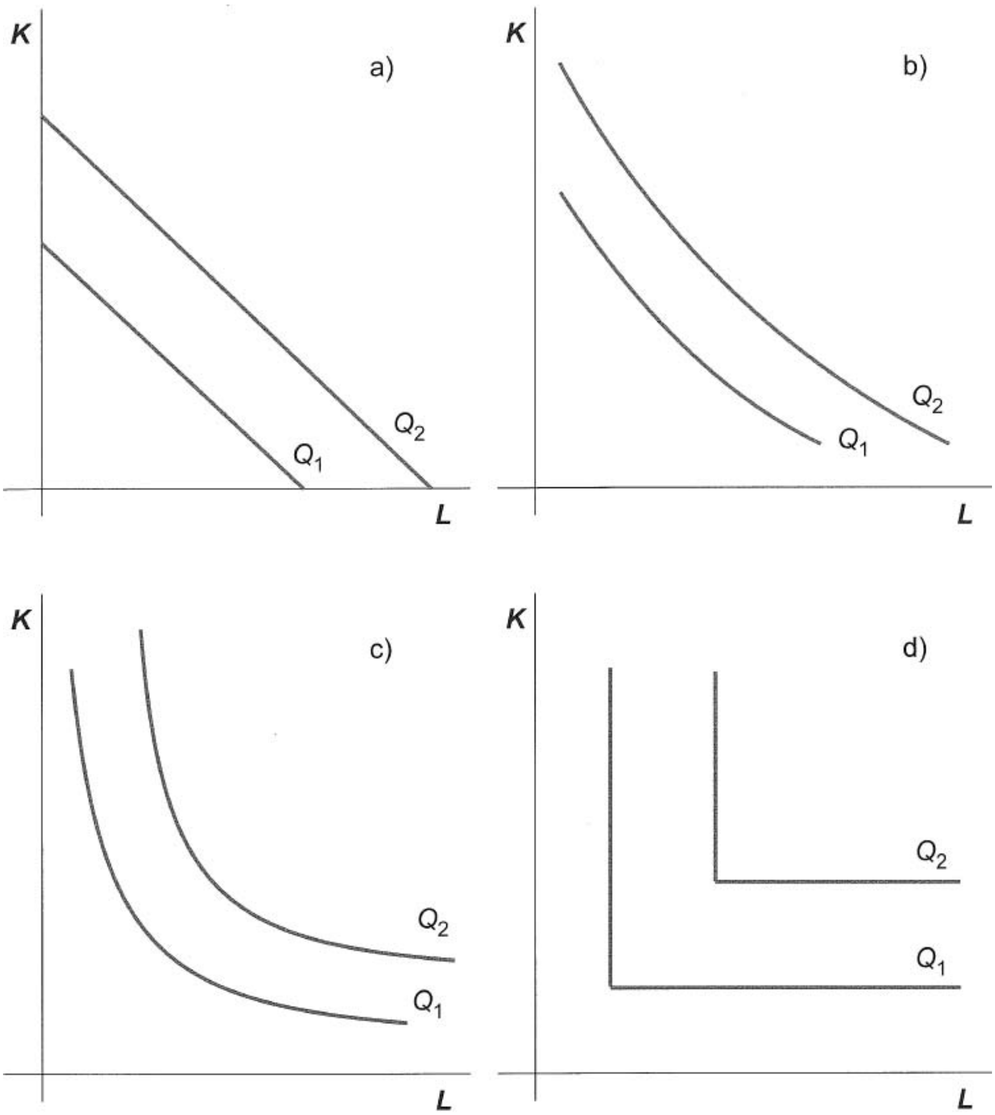
Na obrázku 5-9b jsou izokvanty relativně ploché. To odráží skutečnost, že se mezní míra substituce se změnami poměru K/L nijak výrazně nemění.

Společným rysem obrázků 5-9c a 5-9d je velká míra zakřivení izokvant. To ukazuje na technické problémy spojené s nahrazováním vstupů. V takových případech proto můžeme očekávat obtížné vzájemné nahrazování práce a kapitálu, a tedy nižší hodnoty koeficientu elasticity substituce σ.

V případě obrázku 5-9c změna poměru K/L vyvolá velmi podstatnou změnu směrnice izokvanty neboli mezní míry technické substituce a můžeme proto očekávat nízkou hodnotu koeficientu elasticity substituce σ.

Obrázek 5-9d představuje druhý krajní případ vzájemné nahraditelnosti vstupů. Jde o případ, kdy **vstupy nejsou vzájemně nahraditelné**. Izokvanty mají tvar písmene „L“. Protože vstupy nejsou nahraditelné, nemůže existovat ani míra jejich nahrazování neboli mezní míra technické substituce. Koeficient elasticity substituce **σ = 0.**

V praxi jde o případ **fixní proporce vstupů**, který je možné nalézt v mnoha výrobních procesech (není tedy výjimečný jako případ vstupů dokonale nahraditelných).



Obrázek 5–9 Elasticita substituce vstupu a tvar izokvanty

Jako příklad si uveďme výstup v podobě jízdy vozidlem taxislužby. K tomu je zapotřebí (jde-li o přepravu jednoho pasažéra) jednoho taxíku a jednoho řidiče. Kdyby měl náš taxíkář k dispozici dvě auta, jeho výstupem by byl opět pouze jeden přepravený pasažér.

Zobecníme-li uvedený příklad, můžeme říci, že při konstantním množství jednoho vstupu a měnícím se množství druhého vstupu nedochází k žádné změně výstupu. Mezní produkt konstantního vstupu proto v takovém případě není definován.

Tím jsme charakterizovali první vlastnost produkční funkce v dlouhém období – vzájemnou nahraditelnost jednotlivých vstupů. Víme už, že firma může daný výstup (graficky znázorněný izokvantou Q_1) vyrobit s různými kombinacemi práce a kapitálu. V této souvislosti vzniká otázka, zda je firmě lhostejné, s jakou kombinací práce a kapitálu tento výstup vyrobí, nebo zda bude některou z nich preferovat. Připomeňme, že předpokládáme racionálně se chovající firmu, která se snaží vyrábět daný výstup s minimálními náklady. Z tohoto předpokladu můžeme usuzovat, že firma bude preferovat takovou kombinaci práce a kapitálu, která jí umožní tento cíl realizovat.

Než se budeme věnovat druhé podstatné vlastnosti dlouhodobé produkční funkce v podobě výnosů z rozsahu, budeme zjišťovat, jaká kombinace vstupů je z hlediska firmy optimální, tj. zda jí umožňuje vyrobit daný výstup s minimálními náklady.

5.4.4 Optimální kombinace vstupů

Při hledání optimální kombinace vstupů budeme postupovat analogicky jako při řešení problému optimální kombinace statků nakupovaných spotřebitelem ve 2. kapitole. Podobně jako indiferenční křivky představují různé kombinace statků, které by si spotřebitel chtěl koupit bez ohledu na nejrůznější omezení, na něž může narazit, představují izokvanty různé kombinace vstupů, které by si firma chtěla koupit, aniž by byla čímkoliv omezena. Stejně jako spotřebitel i firma však naráží na omezení, jimiž jsou ceny používaných vstupů. Problém, který nyní musí vyřešit, spočívá ve volbě takové kombinace výrobních faktorů, která jí umožní vyrobit daný výstup (Q_1) s minimálními náklady, vzhledem k produkční funkci $Q = f(K,L)$.

Představme si firmu, jež může koupit za dané celkové náklady různé kombinace práce a kapitálu za jejich dané ceny. **Přímka obsahující všechny kombinace práce a kapitálu, které mohou být pořízeny za dané celkové náklady,** se nazývá přímka stejných nákladů neboli **izokosta.** Rovnice vyjadřující izokostu je

$$TC = w \cdot L + r \cdot K, \tag{5.12}$$

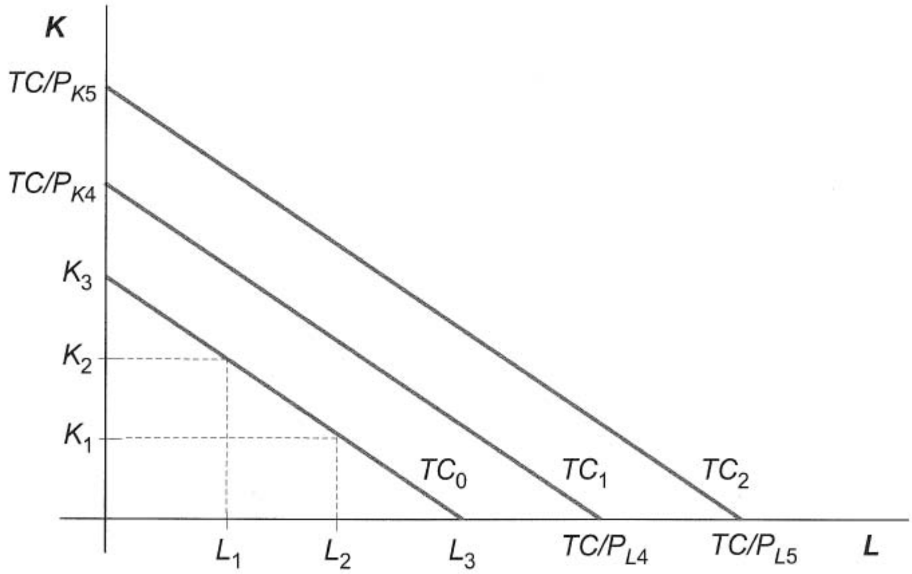
kde *TC = celkové náklady,*
w = cena jednotky práce,
r = cena jednotky kapitálu,
L = objem použité práce,
K = objem použitého kapitálu.

Nechť je cena kapitálu 100 Kč a cena práce 200 Kč. Disponuje-li firma 1 000 korunami, může získat buď pouze 10 jednotek kapitálu, nebo pouze 5 jednotek práce, nebo jejich kombinace odpovídající vztahu 1 000 = 200L + 100K.

Výraz pro izokostu (5.12) je rovnicí přímky (sproměnnými K, L). Upravmě ji do směrnicového tvaru

$$\frac{TC}{r} - \frac{w}{r} \cdot L = K \qquad (5.13)$$

Výraz w/r u proměnné L vyjadřuje směrnici této přímky (izokosty); záporné znaménko svědčí o jejím klesajícím charakteru (viz obr. 5-10).



Obrázek 5–10 Izokosta

V dalším textu budeme uvažovat o velmi malých změnách cen práce a kapitálu tak, že směrnici izokosty dostaneme první derivací (5.13) podle L:

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{w}{r} \qquad (5.14)$$

Směrnice izokosty je analogická směrnici rozpočtové linie spotřebitele: zatímco směrnice rozpočtové linie je dána relativními cenami dvou statků (P_X/P_Y), směrnice izokosty závisí na relativních cenách vstupů (w/r).

V našem příkladě bychom dostali směrnici izokosty jako – 200/100 = -2, resp. v absolutní hodnotě se směrnice rovná 2.

Z rovnice (5.13) plyne, že při změně celkových nákladů bude docházet k rovnoběžnému posunu izokosty, zatímco změní-li se pouze cena jednoho vstupu, dojde ke změně její směrnice.

Pro **optimální kombinace vstupů** musí platit, že technické možnosti nahrazení kapitálu prací musí být v souladu s ekonomickými možnostmi této substituce. Jinými slovy**, míra, ve které je firma technicky schopná nahradit kapitál prací (MRTS), se rovná míře, v níž je schopná tuto substituci na trhu uskutečnit (w/r).**

Pokračujme v našem příkladě a předpokládejme, že naše firma, která kupuje jednotku práce za 200 Kč a jednotku kapitálu za 100 Kč, bude vyrábět výstup Q_1 kombinací 10 jednotek práce a 20 jednotek kapitálu. Budeme předpokládat, že směrnice izokvanty v bodě daném touto kombinací vstupů (neboli MRTS) bude rovna 4. Směrnice izokosty daná poměrem cen práce a kapitálu se rovná 2. Celkové náklady na výrobu výstupu Q_1 s danou *kombinací vstupů jsou 4 000 Kč. Výstup Q_1 by však firma mohla vyrobit s nižšími náklady: kdyby např. snížila množství zapojených jednotek kapitálu z 20 na 16 a zvýšila množství jednotek práce z 10 na 11, dosáhly by náklady na výstup Q_1 pouze 3 800 Kč. Je zřejmé, že původní kombinace práce a kapitálu nebyla optimální. Nebylo dodrženo výše zmíněné pravidlo optimální kombinace vstupů, neboť MRTS (=4) se nerovnala w/r (=2).*

Toto tzv. **nákladové optimum** definujeme takto:

$$MRTS = \frac{w}{r} \tag{5.15}$$

Protože víme, že MRTS = MP_L/MP_K, můžeme nákladové optimum firmy charakterizovat rovněž jako rovnost

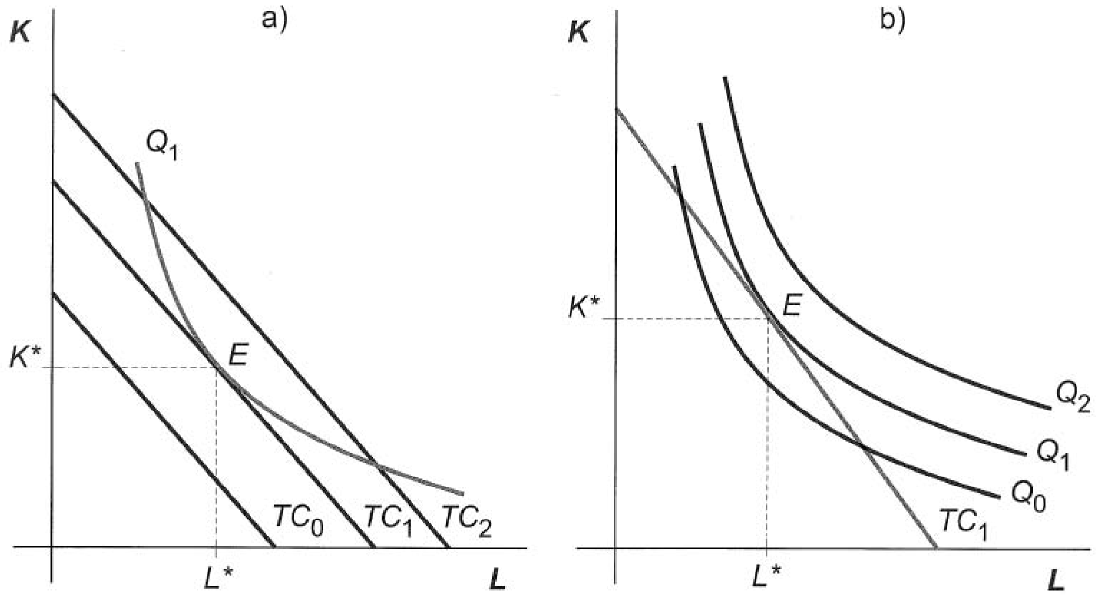
$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} \tag{5.16}$$

To znamená, že firma by měla rozdělit své výdaje mezi práci a kapitál tak, aby se rovnal poměr jejich mezních produktů poměru jejich cen. Upravením posledního vztahu dostaneme

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r} \tag{5.17}$$

Z takto upraveného vztahu vyjadřujícího nákladové optimum plyne, že firma by měla kupovat vstupy tak, aby z každé dodatečné 1 Kč, vynaložené na nákup práce a kapitálu, získala stejný přírůstek výstupu. Jinými slovy, firma **bude minimalizovat své náklady, jestliže bude mezní produkt z jedné Kč vynaložené na nákup vstupů u všech používaných vstupů stejný.** Toto pravidlo je známé jako **pravidlo nejnižších nákladů** (Least Cost Rule).

Geometricky je nákladové optimum bodem dotyku izokvanty a izokosty, v němž jsou jejich směrnice stejné, tzn. MRST se rovná w/r. Při grafickém znázornění optimální kombinace vstupů se setkáváme s tzv. duálním problémem. Jinými slovy, nákladové optimum firmy můžeme znázornit dvěma způsoby (viz obr. 5-11).



Obrázek 5–11 Nákladové optimum firmy

Na obrázku 5-11a je znázorněna situace, kdy firma usiluje o výrobu výstupu Q_1 a zjišťuje, s jakými nejmenšími náklady může tento výstup vyrobit. Jinými slovy, jde o minimalizaci nákladů při výrobě daného výstupu, kterou představuje kombinace K*L*.

Obrázek 5-11b ilustruje situaci, v níž firma vychází z dané úrovně svých nákladů a zjišťuje, jaký maximální výstup by s nimi mohla vyrobit. Optimální kombinace K*L* představuje takové nákladové optimum, při němž firma vyrábí s danými náklady maximální výstup.

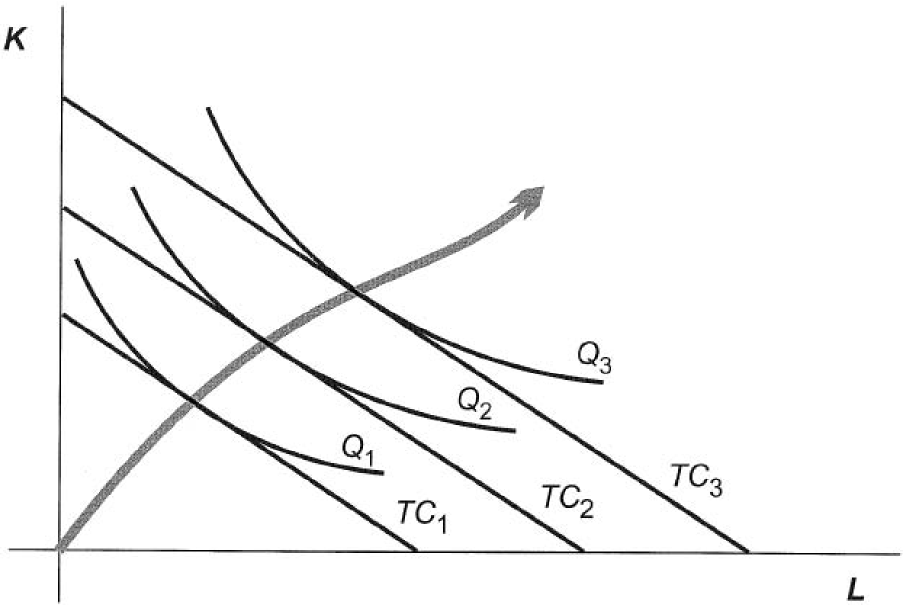
Matematické řešení optimální kombinace práce a kapitálu je možno nalézt v matematickém dodatku.

Poznámka: Při pohledu na obrázek 5-11b je patrná již několikrát zmiňovaná analogie s chováním spotřebitele: spotřebitel při daném rozpočtovém omezení znázorněném rozpočtovou linií usiloval o maximalizaci užitečnosti. Té dosáhl takovou kombinací dvou statků, pro kterou platilo, že směrnice indiferenční křivky se rovná směrnici rozpočtové linie. Firma omezená svými náklady usiluje o výrobu maximálního výstupu. To se jí podaří s takovou kombinací vstupů, při níž se rovnají směrnice izokvant a izokosty. V obou případech jsme považovali ceny za neměnné.

Pokud jsme tento předpoklad v teorii spotřebitele opustili, umožnilo nám to odvodit křivku poptávky po tom statku, jehož cena se změnila. Zde však analogie s teorií spotřebitele končí. Není totiž možno jednoduše odvozovat, že s poklesem např. ceny práce, který by se za jinak stejných okolností projevil změnou směrnice izokosty, se bude nutně měnit poptávané množství práce. Je zapotřebí si uvědomit, že poptávka po práci je ***odvozenou poptávkou****. To znamená, že množství práce, které firma na trhu práce poptává, závisí na poptávce po jejím výstupu na trhu statků. Nemůžeme tedy o změnách poptávaného množství vstupu při změně jeho ceny nic přesného říci, aniž bychom měli informace o vztahu nabídky a poptávky na trhu statku, který firma vyrábí. Blíže viz IV. část.*

5.4.5 Křivka rostoucího výstupu

Nyní budeme předpokládat, že na trhu daného statku existuje převis poptávky, takže firma má zájem zvyšovat svůj výstup. Pokud současně předpokládáme, že se cena vstupů se změnami jejich poptávaného množství nemění (tzn. poměr w/r je konstantní), potom bude firma pro každý výstup zjišťovat minimální náklady na jeho výrobu. To znázorňuje obrázek 5-12.



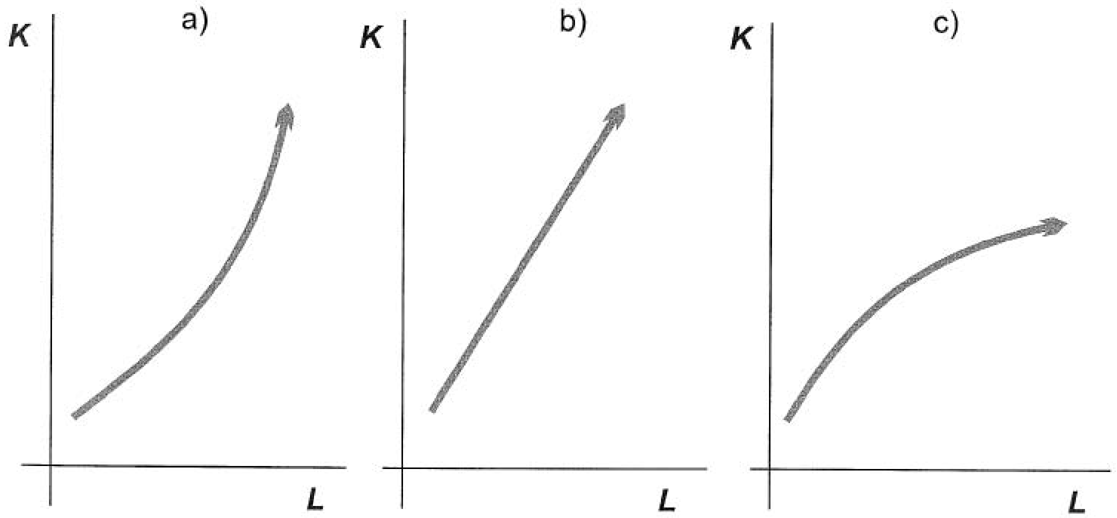
Obrázek 5–12 Křivka rostoucího výstupu

Spojíme-li body A, B a C představující minimální náklady pro jednotlivé úrovně výstupu, dostaneme tzv. křivku rostoucího výstupu. **Křivka rostoucího výstupu** tedy představuje **soubor kombinací vstupů, při kterých firma minimalizuje náklady při výrobě různých objemů výstupu** (srovnejte s důchodovou spotřební křivkou ICC z kapitoly 3).

Protože pro minimalizaci nákladů platí, že MRTS = w/r, a protože poměr cen vstupů je v důsledku jejich neměnných cen konstantní, zůstává podél křivky rostoucího výstupu konstantní i mezní míra technické substituce. S pohybem po uvedené křivce severovýchodním směrem se proto mění pouze velikost výstupu.

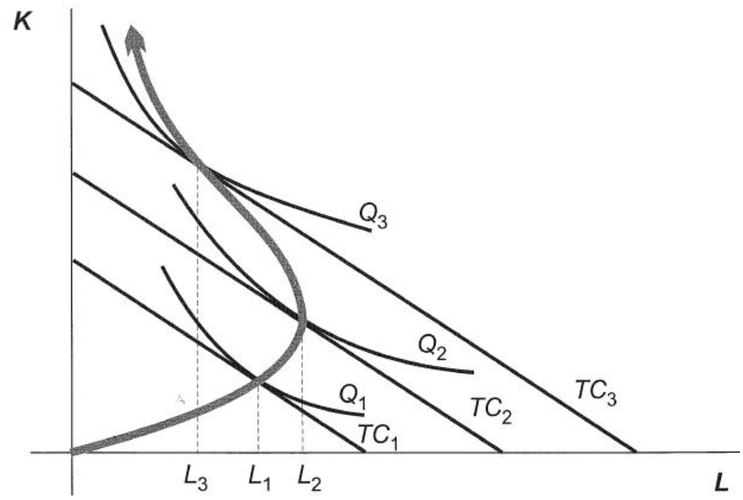
Je velmi pravděpodobné, že s růstem výstupu bude firma kupovat větší množství obou vstupů, což se projeví v kladné směrnici křivky rostoucího výstupu. Ze tvaru křivky rostoucího výstupu můžeme vyvozovat určité závěry (viz obr. 5-13):

a) růst výstupu je spojen s relativně větším použitím kapitálu (jde tedy o kapitálově náročnou výrobu);
b) náklady na růst výstupu jsou minimalizovány zvětšením obou vstupů ve stejné proporci;
c) růst výstupu je spojen s relativně větším zapojením práce než kapitálu.



Obrázek 5–13 Alternativní tvary křivky rostoucího výstupu

Spíše teoretickou abstrakci zachycuje obrázek 5-14. Vstup práce by byl při zvýšení výstupu z Q_2 na Q_3 méněcenným vstupem, protože jeho množství kleslo z L_2 na L_3.



Obrázek 5–14 Křivka rostoucího výstupu firmy v případě méněcenného vstupu

Otázkám reálné existence méněcenných vstupů ve výrobních procesech bylo věnováno v diskuzích mezi ekonomy poměrně mnoho času. Zdá se totiž málo pochopitelné, že tak významné vstupy, jakými jsou práce nebo kapitál, by mohly být méněcennými. Takový charakter by pravděpodobně mohly nabývat v souvislosti s technologickými změnami, které běžné ekonomické analýzy, pohybující se maximálně v horizontu dlouhého období, zpravidla neberou v úvahu.

5.4.6 Výnosy z rozsahu

S jistou mírou zobecnění můžeme říci, že výnosy z rozsahu vyjadřující vztah mezi změnami vstupů a změnou výstupu. Výnosy z rozsahu však nepopisují celou dlouhodobou produkční funkci, neboť **postihují souvislost mezi proporcionální změnou vstupů a jí vyvolanou změnou výstupu.** Pokud předpokládáme produkční funkci Q = f(K,L) a vynásobíme oba používané vstupy stejnou kladnou konstantou např. „t“ (t > 1), potom mohou nastat tři situace:

A. Růst objemu každého ze vstupů o „t“ procent způsobí růst výstupu rovněž o „t“ procent. V dlouhodobé produkční funkci se prosazují **konstantní výnosy z rozsahu**. V tomto případě platí

$$f(t \cdot K, t \cdot L) = t \cdot f(K,L) = t \cdot Q \tag{5.18}$$

B. Zvýšení objemu každého z používaných vstupů o „t“ procent povede ke zvýšení výstupu o více než „t“ procent. V takovém případě hovoříme **o rostoucích výnosech z rozsahu.** Formálně

$$f(t \cdot K, t \cdot L) > t \cdot f(K,L) = t \cdot Q \tag{5.19}$$

C. V důsledku růstu každého ze vstupů o „t“ procent dojde k růstu výstupu o méně než „t“ procent. V tomto případě jsou v dlouhodobé produkční funkci obsaženy **klesající výnosy z rozsahu.** Přesněji řečeno

$$f(t \cdot K, t \cdot L) < t \cdot f(K,L) = t \cdot Q \tag{5.20}$$

Kdybychom vzali v úvahu dlouhodobou produkční funkci s n vstupy, tj. $Q = f(X_1, X_2, ..., X_n)$, a všechny vstupy vynásobili kladnou konstantou „t“, dostali bychom

$$f(t \cdot X_1, t \cdot X_2, ..., t \cdot X_n) = t^k \cdot f(X_1, X_2, ..., X_n) = t^k \cdot Q$$

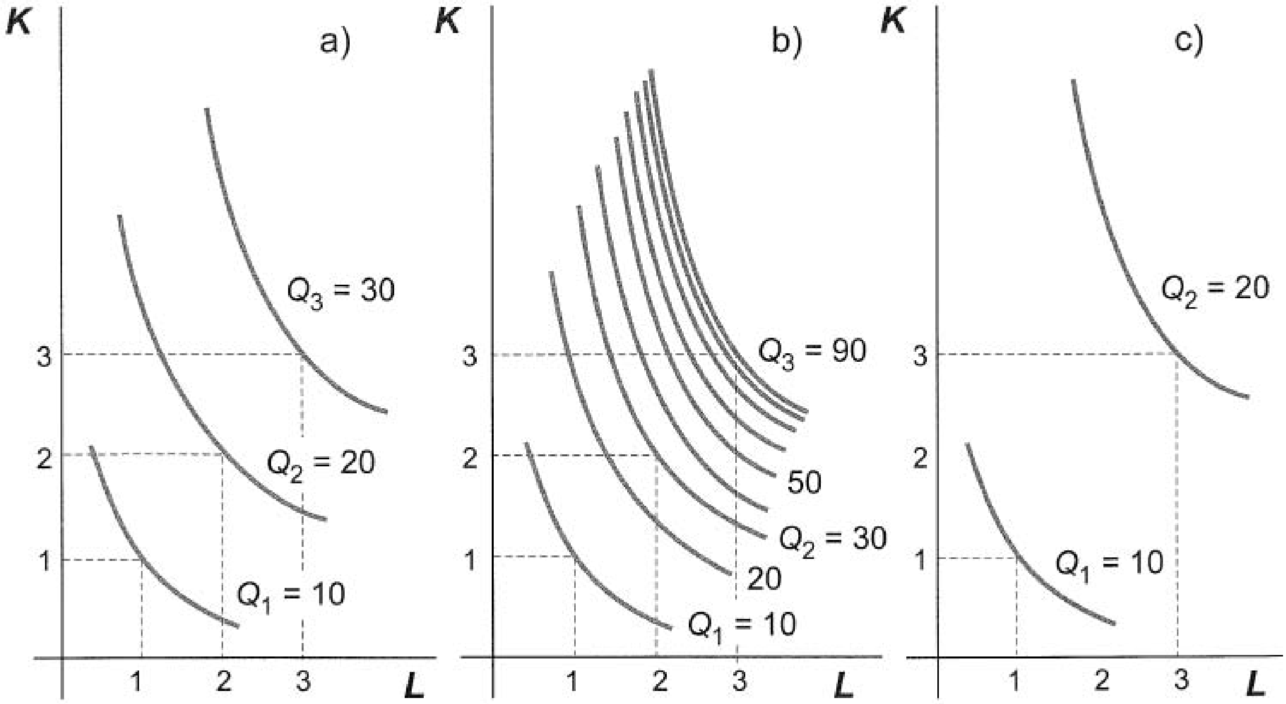
Na charakter výnosů potom ukazuje hodnota exponentu k:
- pokud k = 1, v produkční funkci se prosazují konstantní výnosy z rozsahu;
- pokud k > 1, usuzujeme na rostoucí výnosy z rozsahu;
- pokud k < 1, jsou v produkční funkci obsaženy klesající výnosy z rozsahu.

Protože grafickým znázorněním dlouhodobé produkční funkce je izokvantová mapa, můžeme jejím prostřednictvím znázornit charakter výnosů z rozsahu, který se projevuje na vzdálenostech mezi jednotlivými izokvantami.

Na obrázku 5-15a jsou zachyceny **konstantní výnosy z rozsahu**. *Růst L i K o 100 % (z 1 na 2 jednotky) vede k růstu výstupu o 100 % (z 10 na 20 jednotek). Podobně 50 % růst L* *a K (z 2 na 3 jednotky) způsobí 50 % nárůst výstupu (z 20 na 30 jednotek).* ***Vzdálenosti mezi izokvantami se nemění.***

Obrázek 5-15b popisuje **rostoucí výnosy z rozsahu**. *Zvětšení L i K o 100 % (z 1 na 2 jednotky) má za následek růst výstupu o 200 % (z 10 na 30 jednotek). Další zvýšení objemu L i K o 50 % (z 2 na 3 jednotky) způsobuje růst výstupu o 200 % (ze 30 na 90 jednotek).* ***Izokvanty se vzájemně přibližují.***

Na obrázku 5-15c vidíme **klesající výnosy z rozsahu**. *Růst L i K o 100 % by způsobil zvýšení výstupu z 10 na 15 jednotek, tj. jen o 50 %. Další zvětšení objemu L i K o 50 % způsobuje zvětšení výstupu jen o 33 % (z 15 na 20 jednotek).* ***Izokvanty se vzájemně vzdalují.***



Obrázek 5–15 Charakter výnosů z rozsahu a vzdálenost mezi izokvantami

Poznámka: Z přehlížení skutečnosti, že výnosy z rozsahu nepopisují nutně celou produkční funkci, jelikož vycházejí ze ***stabilní proporce mezi vstupy****, pramení ztotožňování pojmů úspory z rozsahu (Economies of Scale) a rostoucí výnosy z rozsahu (Increasing Returns to Scale).* ***Úspory z rozsahu*** *jsou v této souvislosti širším pojmem než rostoucí výnosy z rozsahu, protože znamenají růst výstupu v důsledku* ***jakékoliv změny kombinace vstupů.*** *Na rozdíl od toho* ***rostoucí výnosy z rozsahu*** *znamenají sice větší růst výstupu než růst inputů, ale* ***proporce vstupů jsou stabilní.***

Nyní si uvedeme příklady produkčních funkcí.

A. **Lineární produkční funkce** je dána obecně vztahem

$$Q = f(K,L) = a \cdot K + b \cdot L \tag{5.21}$$

Charakter výnosů z rozsahu zjistíme vynásobením každého vstupu kladnou konstantou „t“

$$f(t \cdot K, t \cdot L) = a \cdot t \cdot K + b \cdot t \cdot L = t\ (a \cdot K + b \cdot L) = t \cdot f(K,L)$$

Je zřejmé, že tato produkční funkce v sobě obsahuje **konstantní výnosy z rozsahu.** Jejím grafickým znázorněním je izokvantová mapa v podobě rovnoběžných přímek, jejichž směrnici můžeme vyjádřit jako –b/a (viz obr. 5-9a). Z paragrafu 5.4.3 již víme, že v tomto případě jsou práce a kapitál navzájem dokonale nahraditelné. Podél každé lineární izokvanty je mezní míra technické substituce kapitálu prací konstantní, takže dMRTS ve vzorci pro výpočet elasticity substituce vstupů se rovná nule. Z toho plyne, že $\sigma = \infty$.

B. **Produkční funkce v případě fixních proporcí vstupů** je znázorněna na obrázku 5-9d. Izokvanty mají tvar písmene „L“.
Formálně můžeme takovou funkci vyjádřit jako

$$Q = \min (a \cdot K, b \cdot L) \qquad a,b > 0 \qquad (5.22)$$

Firma, jejíž výroba může být popsána produkční funkcí (5.22), bude vyrábět rostoucí objem produkce s fixním poměrem kapitálu a práce rovnajícím se poměru b/a.

Například jeden dělník zaměstnaný při výkopových pracích používá jednu lopatu a jeho výstupem je 10 metrů výkopu za jeden pracovní den; K/L = 1/1 = 1. Pro vykopání výkopu v délce 20 metrů během jednoho pracovního dne je třeba zapojit dalšího dělníka a dát mu další lopatu; K/L se bude rovnat 2/2 = 1.

Protože poměr K/L je fixní, koeficient elasticity substituce $\boldsymbol{\sigma = 0}$.

Poukaz na minimum v produkční funkci (5.22) znamená, že výstup Q je omezen menší ze dvou hodnot v závorce:

- pokud $a \cdot K < b \cdot L$, potom $Q = a \cdot K$. Základním omezením je množství kapitálu. V našem příkladě by měla firma k dispozici např. 1 lopatu a 2 dělníky. Protože přidání většího množství práce nezvýší výstup Q, $MP_L = 0$;
- pokud $a \cdot K > b \cdot L$, potom $Q = b \cdot L$, omezením je množství práce a $MP_K = 0$;
- pokud $a \cdot K = a \cdot L$, $K/L = b/a$, firma vyrábí měnící se výstup s kombinacemi práce a kapitálu v patách pravoúhlých izokvant.

Při zkoumání výnosů z rozsahu obsažených v produkční funkci (5.22) opět vynásobíme každý vstup kladnou konstantou „t“

$$f (t \cdot K, t \cdot L) = \min (a \cdot t \cdot K, b \cdot t \cdot L) = t \cdot \min (a \cdot K, b \cdot L) = t \cdot f (K,L)$$

Šlo by o konstantní výnosy z rozsahu.

C. **Cobb-Douglasova produkční funkce** je dána vztahem

$$Q = f (K,L) = A \cdot K^a \cdot L^b, \qquad (5.23)$$

kde A, a, b jsou kladné konstanty.

Grafickým znázorněním této produkční funkce je mapa izokvant, které mají konvexní tvar vzhledem k počátku.

Odvoďme charakter výnosů z rozsahu vynásobením všech vstupů kladnou konstantou „t“

$$f(t \cdot K, t \cdot L) = A \cdot (t \cdot K)^a (t \cdot L)^b = A \cdot t^{a+b} \cdot K^a \cdot L^b = t^{a+b} \cdot f(K,L)$$

Charakter výnosů z rozsahu je potom závislý na hodnotách „a“ a „b“:

- pokud $a + b = 1$, produkční funkce (5.23) v sobě obsahuje konstantní výnosy z rozsahu, neboť zvýšení vstupů o „t“ % vyvolá zvýšení výstupu rovněž o „t“ %;
- pokud $a + b > 1$, vykazuje Cobb-Douglasova produkční funkce rostoucí výnosy z rozsahu;
- pokud $a + b < 1$, půjde o klesající výnosy z rozsahu.

5.5 Technický pokrok

Na začátku 5. kapitoly jsme se zmínili o tom, že produkční funkce ukazuje technologická omezení výroby, protože vychází z dané úrovně technologie. Rozvoj lidského poznání však vede ke zdokonalování procesů používaných ve výrobě. Vzniká tedy otázka, zda je možné v produkční funkci tento technický pokrok zachytit. Nejprve se pokusíme o názorné vysvětlení pomocí obrázku 5-16.

Výchozí izokvanta je označena jako Q_1. Předpokládáme-li, že ve výrobě je aplikovaný technický pokrok, potom je výstup Q_1 možno vyrobit s menším množstvím vstupů, takže se izokvanta Q_1 posune doleva dolů, kde ji označíme jako Q'_1. (To znamená, že Q_1 i Q'_1 představují stejnou velikost výstupu). Množství kapitálu K‘1, kombinované původně s množstvím práce L_1, umožňuje v důsledku technického pokroku vyrobit stejný výstup s menším množstvím práce L'_1. Produktivita práce se zvýšila z Q_1/L_1 na Q_1/L'_1.

Při velmi zjednodušeném formálním pohledu na problém technického pokroku vyjdeme z produkční funkce

$$Q = A(t) \cdot f(K,L), \tag{5.24}$$

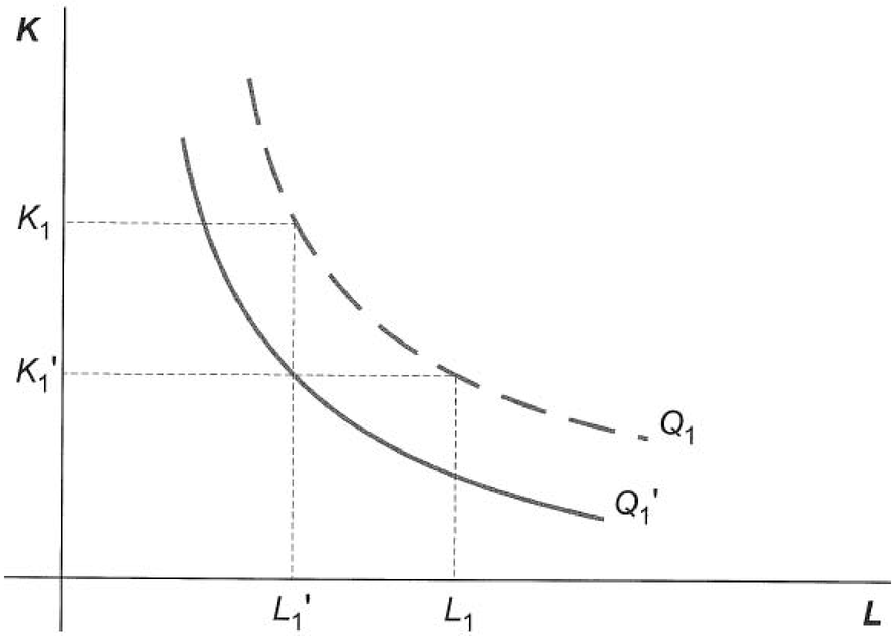
kde A(t) představuje technický pokrok v čase; předpokládáme že $dA/dt > 0$.

Úpravou rovnice (5.24) dostaneme

$$G_Q = G_A + e_{Q,K} \cdot G_K + e_{Q,L} \cdot G_L, \tag{5.25}$$

kde G_Q = míra růstu výstupu za jednotku času,
G_A = míra technického pokroku za jednotku času,
$e_{Q,K}$ = citlivost výstupu na změny objemu kapitálu,
G_K = míra růstu kapitálu ze jednotku času,
$e_{Q,L}$ = citlivost výstupu na změny práce,
G_L = míra růstu práce za jednotku času.

Vztah (5.25) ukazuje, že míra růstu výstupu je ovlivněna dvěma skupinami činitelů: jednak změnami objemu vstupů práce a kapitálu a reziduálně technickým pokrokem. V empirických studiích se tedy vyjadřuje míra technického pokroku jako $G_A = G_Q - e_{Q,L} \cdot G_L - e_{Q,K} \cdot G_K$.



Obrázek 5–16 Technický pokrok

Z hlediska působení technického pokroku na jednotlivé vstup můžeme rozlišit tři případy:

1. **Neutrální technický pokrok,** který působí na námi předpokládané vstupy stejně
$$Q = A(t) \cdot f\,(K,L).$$
2. **Kapitálově náročný technický pokrok,** který ovlivňuje pouze kapitál – při použití nové technologie je kapitál v čase stále produktivnější
$$Q = f\,[A(t) \cdot K,L].$$
3. **Pracovně náročný technický pokrok,** který ovlivňuje pouze produktivitu práce
$$Q = f\,[K,A(t) \cdot L].$$

SHRNUTÍ

1. Výroba je činnost, jejímž výsledkem jsou nejrůznější statky. Vzhledem k výhodám týmové práce a k možnosti snižovat transakční náklady je výroba zpravidla institucionalizována v podobě firmy. Firma bývá charakterizována jako agent specializující se na výrobu, tj. na přeměnu vstupů ve výstup.
2. Produkční funkce je abstraktním modelem výroby. Je definována jako vztah mezi množstvím vstupů, které firma používá během určitého období, a maximálním objemem výstupu vytvořeným těmito vstupy během daného období. Produkční funkce vychází z dané úrovně technologie.
3. Při analýze výrobního procesu je důležité rozlišit vstupy na fixní (se změnou výstupu se jejich velikost nemění) a variabilní (se změnou výstupu se jejich velikost mění). V krátkém období je alespoň jeden z používaných vstupů fixní; v dlouhém období jsou všechny používaní vstupy variabilní.
4. Protože v krátkém období je změna výstupu způsobena pouze změnou variabilního vstupu, jsou vlastností krátkodobé produkční funkce výnosy pouze z variabilního výrobního faktoru. Ve většině výrobních procesů se prosazuje – zejména při větším počtu zapojených jednotek variabilního vstupu – zákon klesajících výnosů: jestliže jsou přírůstky variabilního vstupu stále stejné a množství ostatních vstupů je konstantní, budou výsledné přírůstky výstupu od určitého bodu klesat.
5. Dlouhodobá produkční funkce je ovlivněna dvěma determinantami:
    a) vzájemnou nahraditelností vstupů,
    b) výnosy z rozsahu (tj. ze všech používaných vstupů).

6. Izokvanta je křivka tvořená všemi kombinacemi vstupů vedoucími k tvorbě stejného výstupu. Její klesající charakter je důsledkem vzájemné substituce vstupů. Poměr poklesu objemu jednoho vstupu k růstu zapojení druhého vstupu při konstantní velikosti výstupu vyjadřuje mezní míra technické substituce (MRTS = dK/dL).
7. Izokosta je křivka tvořená všemi kombinacemi vstupů, které může firma nakoupit za dané celkové náklady.
8. Nákladové optimum firmy leží v bodě dotyku izokosty a izokvanty. Může být představováno
    a) takovou optimální kombinací vstupů, při které firma minimalizuje své náklady spojené s výrobou daného výstupu, nebo
    b) optimální kombinací vstupů, která firmě umožňuje vyrábět s danými náklady maximální výstup.
9. Množinou nákladových optim je křivka rostoucího výstupu.
10. Výnosy z rozsahu jsou druhou determinantou dlouhodobé produkční funkce. Ukazují, jak se změní výstup, změní-li se proporcionálně vstupy, které firma k jeho tvorbě používá. Jestliže je procentní růst výstupu větší než procentní růst vstupů, svědčí to o rostoucích výnosech z rozsahu,. Jestliže je procentní růst výstupu menší než procentní růst vstupů, hovoříme o klesajících výnosech z rozsahu. Konstantní výnosy z rozsahu potom znamenají, že výstup se mění ve stejné proporci jako vstupy.

DŮLEŽITÉ POJMY

- produkční funkce
- fixní a variabilní vstupy
- krátké a dlouhé období
- celkový produkt
- průměrný produkt
- mezní produkt
- zákon klesajících výnosů
- izokvanta
- mezní míra technické substituce
- elasticita substituce vstupů
- izokosta
- nákladové optimum firmy
- křivka rostoucího výstupu
- výnosy z rozsahu

KONTROLNÍ OTÁZKY

1. Znamenají klesající mezní výnosy variabilního faktoru současně klesající průměrné výnosy tohoto variabilního faktoru? Vysvětlete.
2. Srovnejte izokvantu s indiferenční křivkou. Jaké jsou vlastnosti izokvanty?
3. Který z následujících faktorů by způsobil rovnoběžný posun izokosty?
    a) změna úrovně výdajů firmy,
    b) pokles ceny jednoho ze vstupů, který firma používá,
    c) proporcionální změna cen obou vstupů.
4. Vysvětlete na Vámi zvoleném příkladě křížovou mezní produktivitu vstupů.
5. Jedna šička firmy TRIOLA může obsluhovat maximálně jeden šicí stroj. Vysvětlete, jaké hodnoty bude pravděpodobně dosahovat
    a) mezní míra technické substituce,

b) koeficient elasticity substituce.

PŘÍKLADY

1. Znáte krátkodobou produkční funkci

$Q = 144L + 30L^2 – 2L^3$

a) napište funkci mezního produktu práce,

b) napište funkci průměrného produktu práce,

c) vypočtěte hodnotu mezního produktu, jsou-li použity 3 jednotky práce,

d) zjistěte hodnotu průměrného produktu práce při zapojení 3 jednotek práce,

e) určete, při jakém objemu variabilního vstupu (práce) se začnou projevovat klesající výnosy.

2. Zjistěte mezní míru technické substituce kapitálu prací, jestliže produkční funkce firmy je dána vztahem $Q = 4L \cdot 2K^2$ a firma používá 2 jednotky práce a 4 jednotky kapitálu.

3. Nechť je dána produkční funkce firmy DELTA: Q = 4KL. Mzdová sazba je v úrovni 100 Kč/hod., nájemné z použitého kapitálu 50 Kč/hod. Zjistěte:

a) minimální náklady na výrobu 800 jednotek výstupu za hodinu,

b) maximální výstup za hodinu, je-li firma omezena náklady TC = 1 000 Kč/hod.

4. Zjistěte charakter výnosů z rozsahu v následujících produkčních funkcích:

a) $Q = 2,6L^{0,4} \cdot K^{0,5}$,

b) Q = 4L + 2K,

c) $Q = 0,3L^2 \cdot K$.

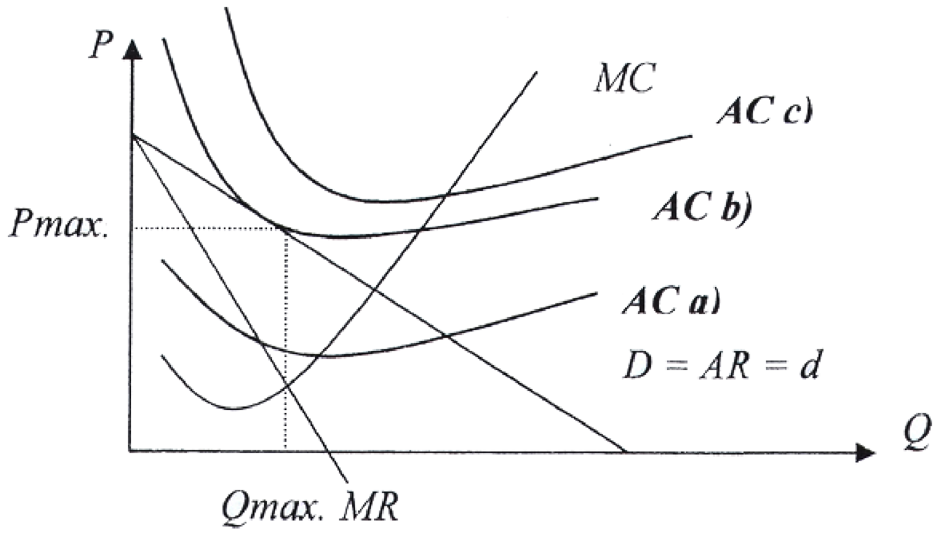
Řešené příklady

Příklad

Graficky znázorněte křivku poptávky, křivku mezních příjmů a křivku mezních nákladů monopolu. Znázorněte rozsah výroby maximalizující zisk a cenu maximalizující zisk. Doplňte dále křivku průměrných nákladů tak, aby váš graf znázorňoval:

a. existenci kladného čistého ekonomického zisku monopolu
b. existenci nulového ekonomického zisku monopolu
c. existenci "monopolní ztráty"

Řešení



Příklad

Monopolní výrobce má **MC = AC = 5**. Křivka tržní poptávky je dána vztahem: **Q = 53 – P**. Vypočtěte:

a. Objem produkce a cenu, při níž monopol maximalizuje celkový čistý ekonom. Zisk.
b. Objem produkce a cenu dokonalé konkurence.

Řešení

a. $MC = MR$
   $TR = P \cdot Q = (53 - Q) \cdot Q = 53Q - Q^2$
   $5 = 53 - 2Q$
   $2Q = 48 \quad P_E = 53 - Q$
   $Q_E = 24 \quad P_E = 29$
b. $MC = P \rightarrow P = 5$
   $Q = 53 - P$
   $Q = 48$

Příklad

Poptávka (poptávková křivka) monopolu má tvar: **P = 50 – 0,001Q**,
TC = 100 000 + 10Q – 0,0002Q^2.
Určete cenu a množství, při kterém monopol maximalizuje celkový zisk.

Řešení

MR = MC
TR = P · Q = (50 – 0,001Q) · Q = 50Q – 0,001Q^2

$$MR = \frac{dTR}{dQ} = 50 - 0{,}002Q$$

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = 10 - 0{,}0004Q \,\big|\, .10000$$

$$500000 - 20Q = 100000 - 4Q$$

$$400000 = 16Q$$

$$Q_E = 25000 \qquad P_E = 25Kč$$

Příklad

Poptávková křivka po měsíční produkci monopolního výrobce hodin je dána následující rovnicí: **Q = 10 000 – 100P**.
Jestliže MC výroby jsou konstantní a rovny 10$, kolik hodin vyrobí výrobce maximalizující svůj zisk za měsíc a za jakou cenu je prodá? Jaká by byla produkce a cena hodin, kdyby byly prodávány na dokonale konkurenčním trhu?

Řešení

$$TR = P.Q = \left(100 - \frac{Q}{100}\right).Q = 100Q - \frac{Q^2}{100}$$

$$MR = \frac{dTR}{dQ} = 100 - \frac{2Q}{100}$$

$$MC = 10 \rightarrow MR = 10$$

$$10 = 100 - \frac{2Q}{100} \quad \Rightarrow \quad Q_E = 4500$$

$$P_E = 100 - \frac{4500}{100} = 55$$

- Dokonalá konkurence

MC = P
P_E = 10
Q_E = 10 000 – 100 · 10 = 9 000
Monopol vede k nižšímu vyráběnému množství a vyšší ceně.

Příklad

Monopolně konkurenční firma sleduje maximalizaci zisku.

AR = 86 – 4q **TC = 3q² + 2q + 4**

a. Jaká bude rovnovážná cena a rovnovážné množství v krátkém období?
b. Určete velikost maximálního zisku.
c. Lze určit velikost fixních nákladů?

Řešení

$$MR = MC \quad MC = \frac{dTC}{dQ} = 6q + 2$$

a.
$$TR = AR.q = (86 - 4q).q = 86q - 4q^2$$
$$MR = \frac{dTR}{dQ} = 86 - 8q \qquad 86 - 8q = 6q + 2$$
$$\ldots p_E = AR = 86 - 4.6 = 62 \qquad q_E = 6$$

b. z = TR – TC = (86q – 4q²) – (3q² + 2q + 4) = 372 – 124 = 248

c. z funkce TC
FC = 4

Příklad – ano/ne

1. Zákon klesajících výnosů neplatí v případě konstantních výnosů z rozsahu.
2. Zákon klesajících výnosů neplatí v případě konstantních výnosů z variabilního vstupu.
3. Zákon klesajících výnosů platí pouze v případě klesajících výnosů z rozsahu.
4. Fixní faktor je faktor, který se používá ve fixní proporci vzhledem k úrovni výstupu.
5. Směrnice izokosty vyjadřuje poměr mezi MP_L a MP_K.
6. Izokvanta vyjadřuje kombinace výrobních faktorů, které přinášejí stejný zisk.
7. V podmínkách konstantních výnosů z rozsahu platí, že zdvojnásobení jakéhokoliv vstupu povede ke zdvojnásobení výstupu.
8. Rozdíl mezi krátkým a dlouhým obdobím spočívá v tom, že v krátkém období existuje alespoň jeden fixní vstup, kdežto v dlouhém období jsou všechny vstupy variabilní.
9. Pokud předpokládáme produkční funkce Q = f(K,L) a ve výrobě se prosazují klesající výnosy z rozsahu, potom platí: f(m · K, m · L) < m · f(K,L) = m · Q (kde m je kladná konstanta)
10. V bodě nákladového optima vždy platí MC = AC.
11. Pokud se ve výrobě prosazují rostoucí výnosy z variabilního vstupu, mezní produkt roste.
12. Nákladové optimum firmy je dáno rovností poměru objemů výrobních faktorů a poměru jejich cen.
13. Křivka růstu výstupu firmy je určena nákladovými optimy firmy, což znamená, že se při růstu nákladů posouvá nahoru.
14. Čím více jsou izolanty zakřivené, tím vyšší je hodnota elasticity substituce kapitálu prací.

Řešení

1. Ne (zaměňuje se SR a LR)

2. Ano
3. Ne (odlišnost SR a LR)
4. Ne
5. Ne
6. Ne
7. Ne
8. Ano
9. Ano
10. Ne
11. Ano
12. Ne ($-\Delta K/\Delta L = P_L/P_K$)
13. Ne
14. Ne (nižší)

Příklad - doplňování

1. Produkční funkce vyjadřuje vztah mezi množstvím vstupu a …………………………..
2. Účetní zisk je rozdílem mezi příjmy a ………………… náklady.
3. Mezní míra technické substituce vyjadřuje míru, ve které firma může nahrazovat ……………… prací, aniž by se změnila velikost ………………….. .
4. Jsou-li kapitál a práce v dané výrobě dokonalými substituty, potom platí, že σ =………………………
5. Jsou-li kapitál a práce v dané výrobě dokonalými komplementy, potom platí, že MRTS …………………………….. .
6. Konkávní tvar křivky růstu výstupu v dlouhém období ukazuje na kapitálově …………………. výrobu.
7. Pokud se prosazují rostoucí výnosy z variabilního vstupu, je mezní produkt …………………………..
8. Ve druhém stadiu výroby průměrná produktivita práce roste a průměrná produktivita kapitálu ……………………….. .
9. Ve druhém stadiu výroby průměrná produktivita práce ……………………… a průměrná produktivita kapitálu roste.
10. Ve třetím stadiu výroby je mezní produkt práce ……………………. .
11. Ve druhém stadiu platí vztah MPP_L ….. ……………… APP_L.
12. V průběhu izolanty pro velmi malé změny vstupů platí, že: $- dL * MPP_L =$ …………………………
13. Elasticita substituce je definována jako procentní změna poměru K/L dělená procentní změnou ……………………. .
14. V případě rostoucích výnosů z rozsahu platí, že: $f(m \cdot K, m \cdot L)$ ………. $m \cdot f(K,L) = m \cdot Q$ (kde m je kladná konstanta)
15. V případě ……………………. Výnosů z rozsahu platí, že se izolanty vyjadřující proporcionální nárůst produktu navzájem přibližují.

Řešení

1. Objemem výstupu
2. Explicitními
3. Kapitál, výstupu
4. ∞

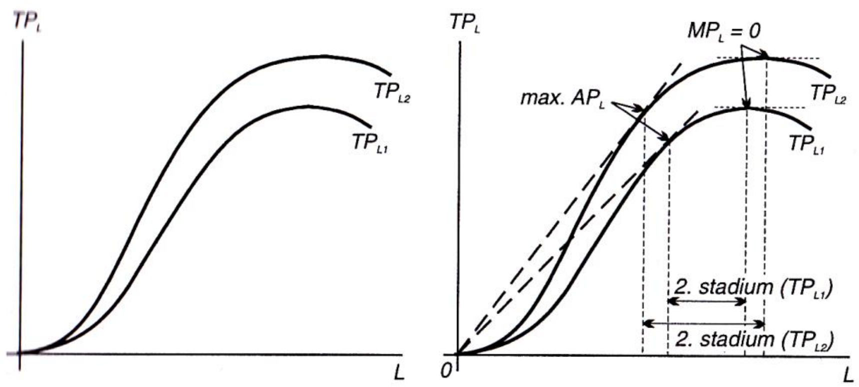
5. Není definována
6. Úspornou
7. Rostoucí
8. Roste
9. Klesá
10. Záporný
11. Je menší
12. dK * MPP_K
13. MRTS
14. >
15. Rostoucích

Úkol

V grafu 5-1, který znázorňuje změnu celkového produktu s rostoucím množstvím práce při dvou různých množstvích kapitálu:

a. Určete druhé stadium výroby pro produkční funkci TP_{L1} a TP_{L2}. (Použijte co nejpřesnější grafické odvození počátku a konce druhého stadia výroby.)
b. Porovnejte 2. stadium výroby v obou případech a stručně vysvětlete.

Graf 5-1a) - zadání *Graf 5-1b) - řešení*



Řešení

a. Hranice 2. stadia tvoří maximální AP_L (určíme „paprskem“ s největším sklonem) a nulový MPL (určený inflexním bodem celkové křivky).
b. Druhé stadium výroby pro produkční funkci TP_{L1} je menší, než v případě TP_{L2} – začíná při větším množství L a končí při menším množství L než v případě TP_{L2}, kdy větší množství kapitálu zvyšuje produktivitu práce.

Úkol

Ve výrobě se v krátkém období prosazují nejdříve rostoucí výnosy variabilního vstupu (práce) a od jistého bodu klesající výnosy z variabilního vstupu (práce). Fixním vstupem je kapitál.

1. Jak se vyvíjí MP_L a AP_L:
   a. V prvním výrobním stádiu?

b. Ve druhém výrobním stádiu?
c. Ve třetím výrobním stádiu?

2. Jak se vyvíjí MP_K a AP_K:
   a. V prvním výrobním stádiu?
   b. Ve druhém výrobním stádiu?
   c. Ve třetím výrobním stádiu?

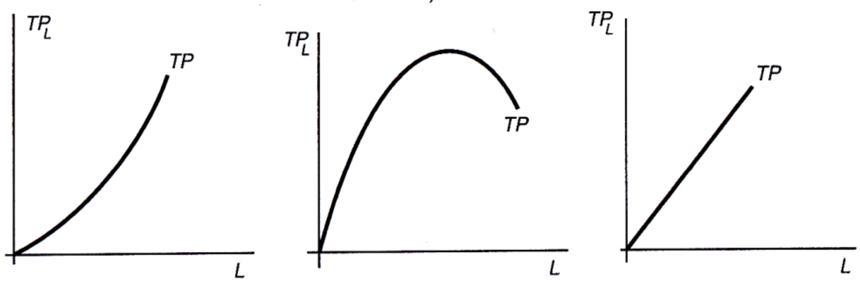
Řešení

1.
   a. AP_L roste, MP_L nejdříve roste a potom klesá.
   b. AP_L klesá, MP_L klesá a je kladný.
   c. AP_L klesá, MP_L klesá a je záporný.

2.
   a. MP_K není definován, AP_K roste (Q roste a K je konstantní).
   b. MP_K není definován, AP_K roste (Q roste a K je konstantní).
   c. MP_K není definován, AP_K klesá (Q klesá a K je konstantní).

Úkol

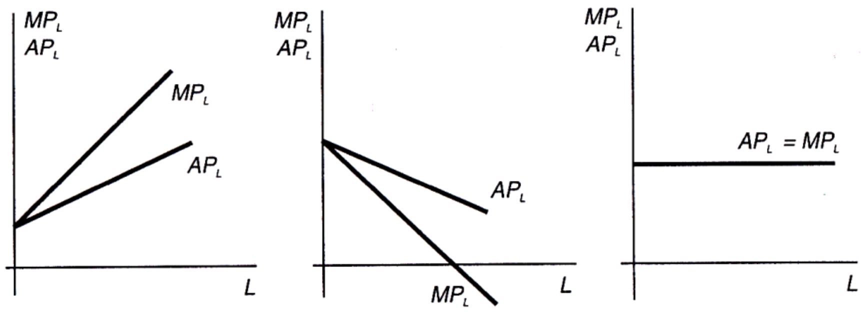
Graf 5-2a) - zadání



a. Pro uvedené tvary křivek TP načrtněte odpovídající tvary křivek AP_L a MP_L.
b. Určete charakter výnosů z práce, který určuje tento tvar produkčních křivek.
c. Vyjádřete jednotlivé typy výnosů z variabilního vstupu rovnicemi.

Řešení

Graf 5-2b) - řešení



b),c)

1. Rostoucí výnosy: $Q = b *L + c *L^2$
2. Klesající výnosy: $Q = b *L – c * L^2$
3. Konstantní výnosy: $Q = b *L$

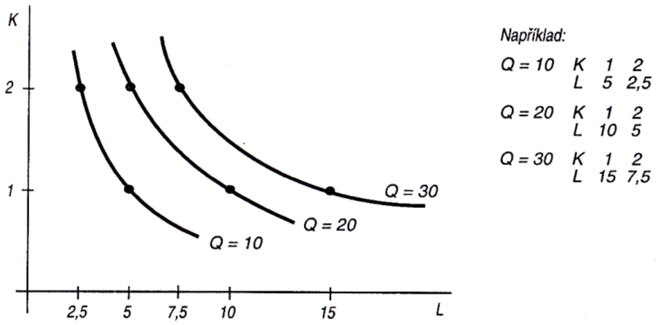
Úkol

Sestrojte graf se 3 izokvantami pro produkční funkci Q= 2KL, kde Q je výstup, K kapitál a L práce.

Řešení

Dosadíme za Q libovolnou konstantu a hledáme kombinace K a L, které vyhovují tomuto číslo. Křivka procházející body (K,L) odpovídá jedné z izokvant.

Graf 5-3



Úkol

Jak souvisí tvar izokvanty s mezní mírou technické substituce?

Řešení

MRTS je vyjádřena sklonem izokvanty a sklon je roven poměru mezních produktů obou vstupů. V důsledku klesající mezní produktivity se mezní produkt se změnou množství každého z faktorů mění. Proto se MRTS při různém množství vstupů liší. To vede ke konvexnímu tvaru izokvanty. Jestliže jsou oba vstupy dokonalými substituty, potom je poměr mezních produktů konstantní a izokvanty jsou lineární. Jsou-li vstupy dokonalými komplementy, dodatečná jednotka jednoho ze vstupů nezvýší výstup do té doby, dokud není „kompletována“ dodatečným odpovídajícím množstvím druhého vstupu. Tato skutečnost vede k „L-tvaru“ izokvant, při kterém je sklon horizontální části izokvanty nulový a sklon vertikální části není definován.

Úkol

Vysvětlete, proč klesající výnosy z jednoho výrobního faktoru nejsou v rozporu s konstantními výnosy z rozsahu.

Řešení

Klesající výnosy z jednoho výrobního faktoru se při určitém množství použitého vstupu prosazují ve všech výrobních procesech. Pro obecnou platnost je tato skutečnost označována za „zákon klesající mezní produktivity“. V tomto případě je přinejmenším jeden výrobní faktor fixní. Např. v krátkém období připadá při konstantním množství kapitálu na každou dodatečnou jednotku práce méně kapitálu.

V případě výnosů z rozsahu dochází na rozdíl od výnosů z jednoho výrobního faktoru k proporcionální změně všech vstupů. To znamená, že když dochází k proporcionálnímu zvyšování množství všech vstupů, tak přesto, že každý z výrobních faktorů sám o sobě vykazuje klesající výnosy, výstup může růst více než proporcionálně (rostoucí výnosy z rozsahu), proporcionálně (konstantní výnosy z rozsahu) či méně než proporcionálně (klesající výnosy z rozsahu).

Úkol

Je možné, aby firma měla produkční funkci vykazující s rostoucím výstupem nejprve rostoucí, dále konstantní a posléze klesající výnosy z rozsahu?

Řešení

Většina firem má produkční funkci uvedeného charakteru. Při nízké úrovni výstupu může vést proporcionální zvýšení všech vstupů k většímu než proporcionálnímu zvýšení výstupu. Jak se firma rozrůstá, může být možné znásobit množství operací tak, že výstup roste stejnou měrou, jako se zvyšuje množství všech vstupů. Zkušenosti ukazují, že při určitém rozsahu nejsou firmy schopné zvyšovat dále výstup ve stejné proporci jako vstupy. To může být důsledkem nedostatků v řízení. Firmy tedy mohou vykazovat rostoucí, konstantní a klesající výnosy z rozsahu při stejné technologii.

Úkol

Jaká podmínka určuje optimální rozdělení fixního množství určitého vstupu mezi několik závodů, v nichž jedna firma vyrábí určitý produkt.

Řešení

Pro dosažení maximálního výstupu musí firma rozmístit vstup do jednotlivých závodů tak, aby se vyrovnal jeho mezí produkt ve všech závodech. To znamená, že když je MP v jednom závodě nižší než v jiném, potom by firma měla přesunout výrobní faktor do závodu s vyšší produktivitou. Tento přesun vede ke snížení MP v závodě s vyšší produktivitou a ke zvýšení MP v závodě s nižší produktivitou. K přesunu daného vstupu by mělo docházet, dokud se mezní produkty ve všech závodech nevyrovnají. (Takzvané pravidlo shodné marginality).

Úkol

Firma má produkční funkci popsanou rovnicí $Q = K + L$.

a. Určete MRTS a elasticitu substituce.
b. Nakreslete křivku růstu výstupu, je-li $w = 200$ a $r = 100$
c. Nakreslete křivku růstu výstupu, je-li $w = 200$ a $r = 300$
d. Nakreslete křivku růstu výstupu, je-li $w = 200$ a $r = 200$
e. Vlivem změny technologie se produkční funkce změní: $Q = 5K + 2L$

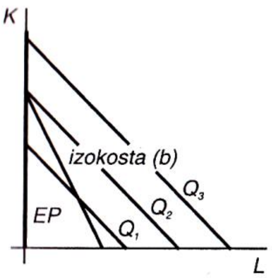
Jak se změní odpovědi na předcházející otázky?

Řešení

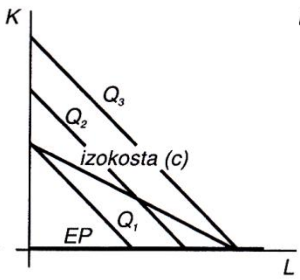
a. Jedná se o dokonalé substituty v poměru 1:1, MRTS = 1, $\sigma = \infty$.
b. Firma bude najímat pouze K. Jsou-li vstupy dokonale nahraditelné, nakupuje levnější vstup. Optimum je rohové řešení $L = 0$, viz graf 5-4). To platí tehdy, pokud je $w > r$.

c. Firma bude najímat pouze L. Jsou-li vstupy dokonale nahraditelné, firma nakupuje levnější vstup. Optimum je rohové řešení K = 0, viz graf b). To platí tehdy, pokud je w < r.
d. Neexistuje jedna optimální kombinace. Je přípustná libovolná kombinace v rámci TC (izokosta splývá s izokvantou), viz graf c).
e. MRTS = 2/5, pro všechny tři uvedené poměry cen je MRTS < w/r. Jedná se o situaci analogickou případu (b), viz graf d).

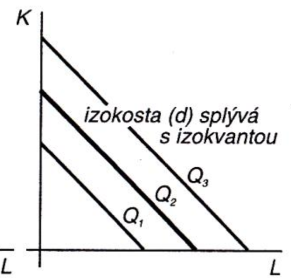
Graf 5-4a) - řešení (b)



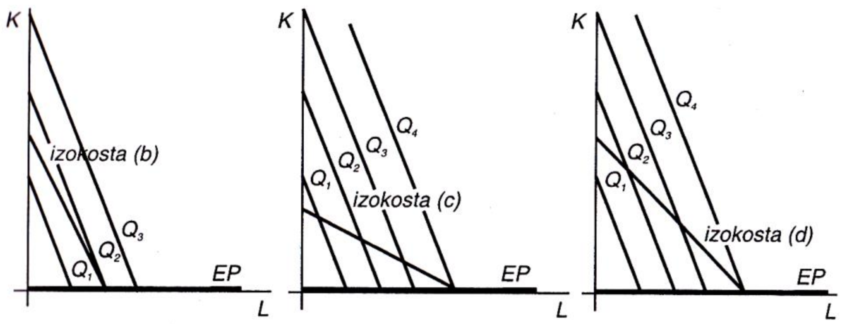
Graf 5-4b) - řešení (c)



Graf 5-4c) - řešení (d)



Graf 5-4d) - řešení (e)



Úkol

Firma má produkční funkci popsanou rovnicí Q = min (K,L).

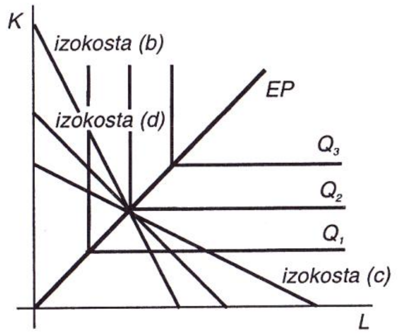
a. Určete MRTS a elasticitu substituce.
b. Nakreslete křivku růstu výstupu, je-li w = 200 a r = 100
c. Nakreslete křivku růstu výstupu, je-li w = 200 a r = 300
d. Nakreslete křivku růstu výstupu, je-li w = 200 a r = 200
e. Vlivem změny technologie dojde ke změně produkční funkce na Q = min (3K, 2L).

Jak se změní odpovědi na předcházející otázky?

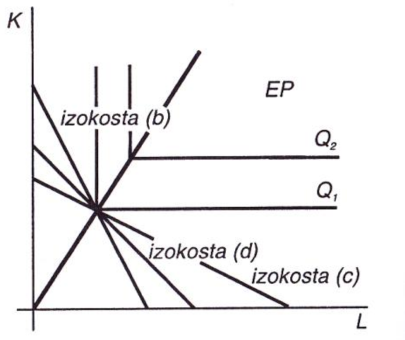
Řešení

a. Jedná se o dokonalé komplementy, MRTS není definována (je rovna 0 nebo ∞), σ = 0.
b. c., d. Firma bude najímat K a L v pevném poměru, zde 1:1. Změna ceny vstupu neovlivní optimum. Křivka růstu výstupu bude přímka se skonem 1 (pod úhlem 45 stupňů), viz graf 5-5.
e. Odpověď na otázku (a) se nezmění. Odpověď na ostatní otázky – změní se pouze poměr, v němž firma najímá K a L, tedy sklon křivky růstu výstupu.

Graf 5-5a) - řešení (b,c,d)



Graf 5-5b) - řešení (e)

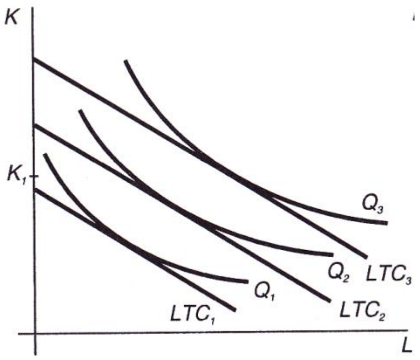


Úkol

V grafu 5-6:

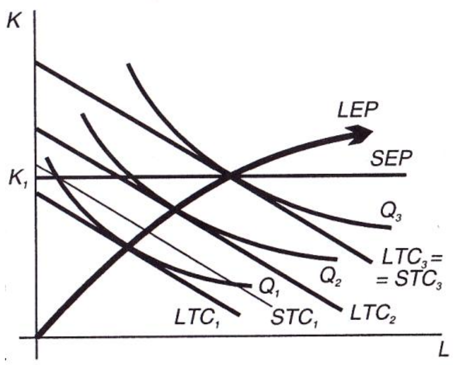
a. Vyznačte křivku růstu výstupu (nákladovou cestu expanze) v dlouhém období a v krátkém období pro výši kapitálu K_1.
b. Vyznačte graficky výši nákladů na výrobu Q_1 a Q_3 a srovnejte s výší nákladů v dlouhém období. Co z vašeho zjištění plyne pro odpovídající nákladové křivky?

Graf 5-6a) - zadání



Řešení

Graf 5-6b) - řešení

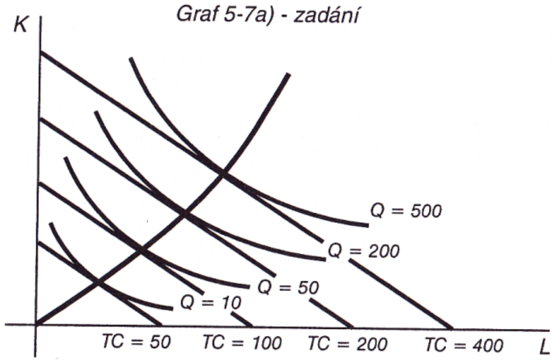


a. Křivku růstu výstupu v LR (LEP) určují nákladová optima, resp. Body dotyku izokvant a izokost. Křivku růstu výstupu v SR (SEP) určují body izokvant ve výši K_1.

b. Graficky představuje výši nákladů na výrobu Q_1 a Q_3 izokosta procházející průsečíkem SEP a odpovídající izokvanty. Na výrobu Q1 je izokosta pro krátké období vzdálenější od počátku, než izokosta pro LR, na výrobu Q_3 je izokosta pro SR totožná s izokostou pro LR. Z toho vyplývá, že křivka STC leží při Q_1 nad křivkou LTC, zatímco při Q_3 se obě křivky dotýkají.

Úkol

Graf 5-7a) - zadání



a. Jaké informace usoudíte o charakteru produkční funkce v grafu 5-7?
b. Načrtněte odpovídající tvar křivek LTC, LAC a LMC.

Řešení

a. Ze vzdálenosti mezi izokvantami usoudíme, že se jedná o produkční funkci s rostoucími výnosy z rozsahu.
b.

Graf 5-7b) - řešení